

## **Volkswirtschaftliche Modelle Thema mit Variationen**

Das Thema: Volkswirtschaftliche Modelle -

Wie sehen die Konstruktionspläne aus?  
Präsentation eines Basismodells

Variation 1: Beschäftigung und Inflation -

Was kann man von der Europäischen Zentralbank erwarten?  
Von IS-LM-Modellen über Stackelberg zur Zeit(in)konsistenz der Geldpolitik

Variation 2: Wechselkurse und Geldpolitik -

Wie weit kann der Euro fallen?  
Modelle monetärer Außenwirtschaft, kleines Land, große Länder

Variation 3: Lohnstruktur und Arbeitslosigkeit -

Haben unqualifizierte Arbeitskräfte überhaupt noch Chancen?  
Modelle mit einfacher und qualifizierter Arbeit

Variation 4: Von der Agrarwirtschaft über die Industrie zu Dienstleistungen -

Wo sind die Arbeitsplätze der Zukunft?  
Modelle der sektoralen Struktur der Volkswirtschaft

Variation 5: Internationaler Preisausgleich und Spezialisierung -

Werden unsere Löhne in Peking bestimmt?  
Modelle des realen Außenhandels

Variation 6: Multinationale Unternehmungen und Wettbewerb -

Bietet Globalisierung einen Nährboden für Monopole?  
Modelle mit Monopolen und monopolistischer Konkurrenz

Variation 7: Kapitalbildung und Umweltverbrauch -

Ist "stetiges" und "nachhaltiges" Wachstum möglich?  
Modelle des optimalen wirtschaftlichen Wachstums

Variation 8: Das Rentenproblem -

Leben die Alten in Zukunft von Zinsen und Dividenden?  
Modelle mit überlappenden Generationen

Variation 9: Forschung und Entwicklung als Motor des Wachstums -

Braucht Deutschland die "green card" für mehr Forscher?  
Modelle des endogenen Wachstums

## Volkswirtschaftliche Modelle einst und jetzt

### 1817

In seinem Hauptwerk "The Principles of Political Economy and Taxation" begründet D. RICARDO (im Kapitel "On Foreign Trade") die berühmte Theorie der komparativen Kosten mit einem Modell mit zwei Ländern und zwei Gütern. Er schreibt dazu:

"To simplify the question, I have been supposing the trade between two countries to be confined to two commodities - to wine and cloth..."

### 1838

In seinem Hauptwerk "Untersuchungen über die mathematischen Grundlagen der Theorie des Reichtums" begründet A. COURNOT die Monopol- und Oligopoltheorie. Beim Übergang von ersterer zu letzter schreibt er:

"Man muß in jeder Abhandlung vom Einfachen zum Verwickelten fortschreiten..."

Um die abstrakte Erfassung des Monopols deutlich zu machen, haben wir eine Quelle und einen Besitzer angenommen. Jetzt nehmen wir zwei Besitzer und zwei Quellen an, deren Eigenschaften gleich sind und die infolge der Ähnlichkeit ihrer Lage denselben Wettbewerbsmarkt beliefern."

### 1842

Das Hauptwerk von J.H.VON THÜNEN, "Der isolirte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie", beginnt mit den Sätzen:

"Man denke sich eine sehr große Stadt in der Mitte einer fruchtbaren Ebene gelegen...Die Ebene selbst besteht aus einem durchaus gleichen Boden, der überall der Kultur fähig ist. In großer Entfernung von der Stadt endige sich die Ebene in eine unkultivierte Wildnis, wodurch dieser Staat von der übrigen Welt gänzlich getrennt wird. ...Die Ebene enthalte weiter keine Städte, als die eine große Stadt, und muß also alle Produkte des Kunstfleißes für das Land liefern, so wie die Stadt einzig von der sie umgebenden Landfläche mit Lebensmitteln versorgt werden kann...."

Es entsteht nun die Frage: wie wird sich unter diesen Verhältnissen der Ackerbau gestalten, und wie wird die größere oder geringere Entfernung von der Stadt auf den Landbau einwirken..."

**1867**

In seinem Hauptwerk "Das Kapital" (In Band 1, Kapitel 1), weist K. MARX darauf hin, daß in der ökonomischen Wissenschaft immer wieder das "Robinson-Modell" verwendet wird:

"Da die politische Ökonomie Robinsonaden liebt, erscheine zuerst Robinson auf seiner Insel."

**ca 1930**

J.M. KEYNES faßt die Bedeutung von Modellen für die ökonomische Wissenschaft in folgendem Satz zusammen:

"Economics is a science of thinking in terms of models, joined to the art of choosing models which are relevant to the contemporary world"

**1999**

In der bedeutendsten wirtschaftswissenschaftlichen Zeitschrift, der "American Economic Review", findet sich ein Aufsatz "On the Size of Government" mit folgender Darstellung:

"In this section, we describe the economics of the model, and in the next section we lay out the politics. Agents are infinitely lived, derive utility from streams of consumption and leisure, and have access to competitive borrowing and lending markets in order to allocate resources over time. There is no uncertainty. Production takes place with constant returns to scale to labor and capital inputs, and the final output can be used one for one for either consumption or investment; capital depreciates geometrically. Each agent has one unit of time available for either leisure or work, but the productivity at work may differ across agents."

**2000**

In der "German Economic Review" beginnen die Ausführungen im einem Beitrag über die Liberalisierung von Finanzmärkten mit dem Absatz:

"We begin by considering a small open economy that consumes and produces a single traded commodity. Each individual is identical and is endowed with a fixed quantity of initial capital and labor...Labor is fully employed so that the total labor supply equals the size of the population...which grows at the steady rate  $n$  ..."

## Ein Basismodell

### Güter, Märkte und Akteure

Mit Arbeit und Kapital wird ein Gut produziert.

Es gibt eine repräsentative Unternehmung, die das Gut ( $Y$ ) mit Arbeit ( $N$ ) und Kapital ( $K$ ) produziert.

Die Produktionsfunktion ist:

$$Y = F(N, K) = Kg(n), \quad n := N/K, \quad g' > 0, \quad g'' < 0.$$

Es gibt  $N^\circ$  identische Haushalte. Jeder fragt die Menge  $x$  des Gutes nach und bietet die Menge  $h \leq 1$  an Arbeit und  $k \leq k^\circ$  an Kapital an.

Die Nutzenfunktion ist

$$u = x - \beta h, \quad \beta > 0, \quad h \leq 1.$$

Güter-, Arbeits- und Kapitalmarkt sind Wettbewerbsmärkte mit den Preisen  $p=1$ ,  $w$  und  $r$ .

### Die Entscheidung der Unternehmung

Gewinnmaximierung, d.h.  $\max (Y - wN - rK) = [g(n) - wn - r]K$

$\Rightarrow$

$$\text{Arbeitsnachfrage:} \quad w = \partial Y / \partial N = g'(n)$$

$$\text{Kapitalnachfrage:} \quad r = \partial Y / \partial K = g(n) - ng'(n)$$

Damit ist auch das Güterangebot bestimmt.

Ferner ist  $Y - wN - rK = 0$ , d.h. es gibt keine Gewinne.

### Die Entscheidung des Haushalts

Nutzenmaximierung:  $\max x - \beta h, \quad \text{NB } x = wh + rk^\circ$

$\Rightarrow$

$$\text{Arbeitsangebot:} \quad h = 1 \quad \text{für } w > \beta$$

$$\text{Kapitalangebot:} \quad k = k^\circ$$

Damit ist auch die Güternachfrage bestimmt.

## Gleichgewicht

- Arbeitsmarkt:

$$N = N^\circ$$

$$w = g'(N/K^\circ)$$

Daraus folgen für  $K=K^\circ=N^\circ k^\circ$  die Gleichgewichtswerte  $N^*=N^\circ$  und  $w=w^*$  (Figur 0.1).

- Kapitalmarkt:

$$r = g(n) - ng'(n) \quad \text{mit } n=N/K .$$

Daraus folgt für  $N=N^\circ$  der Gleichgewichtswert  $r^*$  (Figur 0.2).

- Gütermarkt:

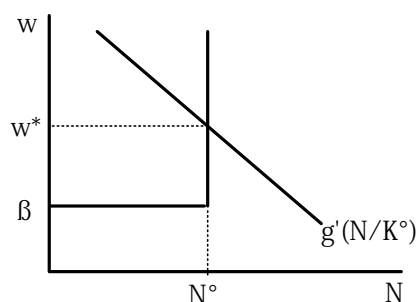
Wenn Arbeits- und Kapitalmarkt im Gleichgewicht sind, gilt dies auch für den Gütermarkt (Walras-Gesetz).

Aus der Budgetgleichung der Haushalte folgt:  $X=xN^\circ=wN+rK$  .

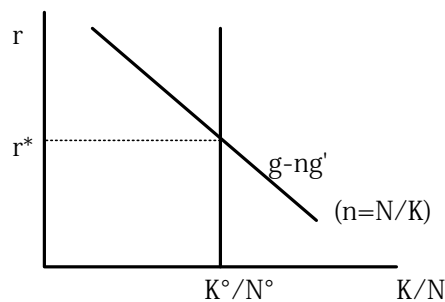
Aus der Produktionsfunktion und den Optimalitätsbedingungen der Unternehmungen folgt:

$$Y=Kg(n)=wN+rK .$$

Also ist  $Y=X$  .



FIGUR 0.1



FIGUR 0.2

## Viele Unternehmungen

Statt von repräsentativen Unternehmungen kann man auch von vielen identischen Unternehmungen ausgehen.

Es gibt  $z$  identische Unternehmungen, die das Gut mit Arbeit und Kapital produzieren.

Die Produktionsfunktion einer Unternehmung ist

$$Y_i = F(N_i, K_i) = K_i g(n_i), \quad n_i := N_i / K_i, \quad i = 1, 2, \dots, z.$$

Da alle Unternehmungen identisch sind, kann man aggregieren zu

$$Y = K g(n) \quad \text{mit} \quad Y = z Y_i, \quad K = z K_i \quad \text{und} \quad n = N_i / K_i = N / K.$$

Manchmal wird das Preisnehmerverhalten bei Wettbewerb mit einer sehr großen Zahl von Marktteilnehmern begründet, so daß der einzelne keinen Einfluß auf den Preis hat. Wenn es z.B.  $z$  (identische) Unternehmungen gibt, die zusammen die Menge  $Y$  eines Gutes produzieren, dann ist die Produktion einer Unternehmung  $Y/z$ . Je größer  $z$  ist, umso geringer ist der Einfluß der einzelnen Unternehmung im Markt. Für  $z \rightarrow \infty$  verschwindet er völlig. Man kann also die Bedeutungslosigkeit einer Firma (oder auch eines Haushalts) dadurch modellieren, daß man sie als eine von unendlich vielen betrachtet. Dafür verwendet man gelegentlich auch das Konzept eines "Kontinuums". Man nimmt z.B. an, daß durch jeden Punkt  $s$  aus dem Zahlenintervall (Kontinuum)  $[0,1]$  eine Unternehmung definiert ist. Wenn die gesamte Produktionsmenge  $Y$  beträgt, dann produzieren identische Unternehmungen aus einem beliebigen (abgeschlossenen) Intervall  $ds \subset [0,1]$  die Menge  $Y ds$ . Für  $ds \rightarrow 0$  ist  $\lim Y ds = 0$ , d.h. die Produktionsmenge einer einzelnen Unternehmung ist bedeutungslos.

### Arbeits- und Kapitalangebot

Im Zentrum des Basismodells stehen der Arbeits- und der Kapitalmarkt, wie sie in Figur 0.1 und 0.2 illustriert sind. Arbeits- und Kapitalnachfrage sind dabei durch die Grenzproduktivität des jeweiligen Produktionsfaktors bestimmt. Diese Annahme wird in (fast) allen der folgenden Variationen beibehalten.

Das Arbeitsangebot ergab sich aus der Nutzenfunktion  $u = x - \beta h$ . Bei einer allgemeineren Nutzenfunktion  $(x, h)$  würde das Arbeitsangebot nicht vollkommen unelastisch (für  $w < \beta$ ) oder elastisch (für  $w = \beta$ ) sein. Es würde im allgemeinen außerdem auch vom Kapitaleinkommen  $r k^\circ$  des Haushalts abhängen. Dann wären Arbeits- und Kapitalmarkt interdependent.

Das Kapitalangebot ist als konstant und unelastisch unterstellt worden,  $K = K^\circ$ . Statt dessen wird in den folgenden Variationen auch unterstellt und (begründet), daß das Kapitalangebot bei einem gegebenen Zinssatz  $r = r^\circ$  vollkommen elastisch ist. Die Angebotskurve in Figur 0.2 verläuft dann bei diesem Zinssatz horizontal. In der Variation über Wachstum wird auch das Kapitalangebot aus Nutzenmaximierung erklärt.

## **Zur Bedeutung des Modells**

Das Modell hat eine lange Geschichte. Es findet sich verbal schon bei A. Smith (1776) und bei J.St. Mill (Mitte des 19. Jahrhunderts), und in etwas anderer mathematischer Form bei K. Wicksell (1893). Es bietet eine Grundlage für fast alle makroökonomischen oder gesamtwirtschaftlichen Überlegungen.

Man kann mit dem Modell z.B. untersuchen, wie sich eine Veränderung der Kapitalausstattung auf die Höhe der Beschäftigung und der Entlohnung der Produktionsfaktoren auswirkt. Ferner kann man mit einfachen Ergänzungen analysieren, wie Steuern auf Arbeit, Kapital oder Konsum die Gleichgewichtswerte verändern.

Hier dient es als Basismodell für eine Reihe von praktisch bedeutsamen Variationen, die in den folgenden Abschnitten besprochen werden.

## **Das Basismodell und seine Variationen**

Das Basismodell beschreibt Wettbewerbsmärkte für Arbeit, Kapital und ein Gut.

In den folgenden Abschnitten werden 9 Variationen betrachtet, die durch die folgenden Eigenschaften charakterisiert sind:

Variation 1: Beschäftigung und Inflation

Das Basismodell mit einer Monopolgewerkschaft, Geldmarkt und Notenbank

Variation 2: Wechselkurse und Geldpolitik

Das Basismodell mit einem nationalen Arbeits- und Geldmarkt, einem internationalen Gütermarkt und einem Devisenmarkt

Variation 3: Lohnstruktur und Arbeitslosigkeit

Das Basismodell mit 2 Arbeitsmärkten

Variation 4: Von der Agrarwirtschaft über die Industrie zu Dienstleistungen

Das Basismodell mit 2 Gütermärkten (Sektoren)

Variation 5: Internationaler Preisausgleich und Spezialisierung

Das Basismodell mit

a) internationalen Märkten für Kapital und ein Gut, nationalen Märkten für Arbeit und ein weiteres Gut

b) internationalen Märkten für 2 Güter, nationalen Märkten für Arbeit und "Kapital"

## Variation 6: Multinationale Unternehmungen und Wettbewerb

Das Basismodell mit internationalen Monopolmärkten für viele Güter

## Variation 7: Kapitalbildung und Umweltverbrauch

Das Basismodell mit intertemporaler Optimierung

## Variation 8: Das Rentenproblem

Das Basismodell mit zwei Generationen

## Variation 9: Forschung und Entwicklung als Motor des wirtschaftlichen Wachstums

Das Basismodell mit einem Endprodukt, vielen Zwischenprodukten mit Monopolmärkten und einem Sektor für Forschung und Entwicklung

## Zur Übung und Diskussion

### Eine Übungsaufgabe

Um das Basismodell besser kennen zu lernen, analysieren Sie bitte die Märkte und ihren Zusammenhang in dem folgendem makroökonomischen Modell:

Betrachtet wird eine Ökonomie mit einem repräsentativen Haushalt und einer repräsentativen Unternehmung. (Sie können sich statt dessen auch überlegen, daß es  $m$  Haushalte und  $z$  Unternehmungen gibt). Der Haushalt bietet die Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital an, die Unternehmung fragt diese Faktoren nach und produziert damit ein Konsumgut, das von dem Haushalt nachgefragt wird.

Der Haushalt maximiert die Nutzenfunktion  $u = X^a L^{1-a}$  durch Wahl von Konsum  $X$  und Freizeit  $L$  unter der Nebenbedingung der Budgetrestriktion  $X + wL = wH^0 + rK^0$ . Hierbei ist  $H^0$  die Ausstattung des Haushalts mit Zeit und  $K^0$  seine Ausstattung mit Kapital.  $w$  ist der Reallohn und  $r$  der Zinssatz auf Kapital.

Die Unternehmung produziert die Menge  $Y$  mit der Produktionsfunktion  $Y = H^\alpha K^{1-\alpha}$ , wobei  $H$  den Arbeitseinsatz und  $K$  den Kapitaleinsatz bezeichnen. Sie wählt die Werte von  $Y$ ,  $H$  und  $K$  so, daß ihr Gewinn  $Y - wH - rK$  maximiert wird.

1. Beschreiben Sie den Arbeitsmarkt der Ökonomie, indem sie das Arbeitsangebot in Abhängigkeit vom Reallohn  $w$  aus der Nutzenmaximierung des Haushalts, und die Arbeitsnachfrage in Abhängigkeit vom Reallohn  $w$  aus der Gewinnmaximierung der Unternehmung ableiten. Illustrieren Sie Ihre Ergebnisse mit einem Diagramm des Arbeitsmarktes.
2. Beschreiben Sie den Kapitalmarkt der Ökonomie mit dem Kapitalangebot des Haushalts und der Kapitalnachfrage der Unternehmung in Abhängigkeit vom Zinssatz. Illustrieren Sie Ihre Ergebnisse mit einem Diagramm des Kapitalmarktes.
3. Betrachten Sie nun die beiden Märkte in ihrem Zusammenhang. Ermitteln Sie die Gleichgewichtswerte von  $H/K$ ,  $w$  und  $r$ , und interpretieren Sie die Ergebnisse.
4. Versuchen Sie auf dem Hintergrund dieses Modell die gesamtwirtschaftlichen Auswirkungen zu verfolgen, die sich über den Zusammenhang von Märkten aus einzelwirtschaftlichen Veränderungen ergeben, wie z.B. aus einem Wachstum des Kapitalstocks, aus Veränderungen der Produktivität von Arbeit und Kapital, oder aus veränderten Präferenzen. Überlegen Sie selbst weitere Beispiele.

### Lösungsskizze

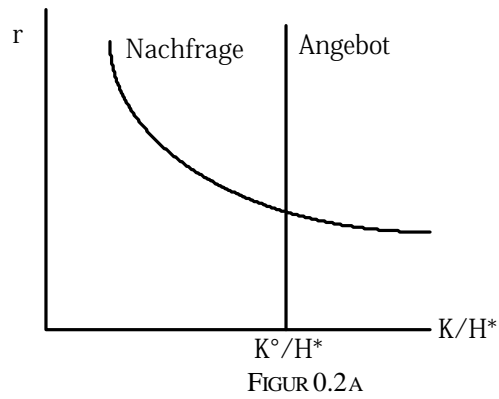
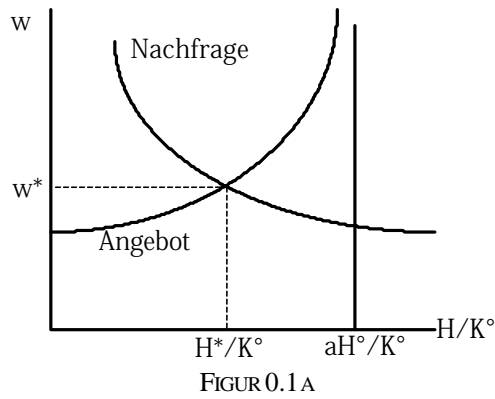
Nutzenmaximierung des Haushalts:  $\max X^a L^{1-a}$ , N.B.  $X + wL = wH^0 + rK^0$

$\Rightarrow$  Arbeitsangebot:  $H = H^0 - L = aH^0 - (1-a)rK^0/w$ , Kapitalangebot:  $K = K^0$

Gewinnmaximierung der Unternehmung:  $\max pY - wH - rK$ , N.B.  $Y = H^\alpha K^{1-\alpha}$

$\Rightarrow$  Arbeitsnachfrage:  $\alpha(K/H)^{1-\alpha} = w$ , Kapitalnachfrage:  $(1-\alpha)(H/K)^\alpha = r$





Gleichgewicht auf dem Arbeitsmarkt: Arbeitsangebot:  $H/K^\circ = aH^\circ/K^\circ - (1-a)r^*/w$ , Arbeitsnachfrage:  $w = \alpha(K^\circ/H)^{1-\alpha}$  (Figur 0.1A).

Gleichgewicht auf dem Kapitalmarkt: Kapitalangebot:  $K = K^\circ$ , Kapitalnachfrage:  $r = (1-\alpha)(H^*/K)$  (Figur 0.2A).

Allgemeines Gleichgewicht: Aus den Gleichgewichtsbedingungen auf dem Arbeits- und Kapitalmarkt folgt (nach entsprechendem Einsetzen):  $H^*/K^\circ = aH^\circ/K^\circ - (1-a)(1-\alpha)H^*/\alpha K^\circ$  bzw.  $H^* = \alpha[1-a(1-\alpha)]^{-1} H^\circ$ ,  $w^* = \alpha(K^\circ/H^*)^{1-\alpha}$  und  $r^* = (1-\alpha)(H^*/K^\circ)^\alpha$ .

Mit diesen Resultaten kann man zeigen, wie sich die ermittelten Gleichgewichtswerte ändern, wenn sich die Parameter  $K_0$ ,  $a$ ,  $\alpha$  verändern. Man könnte auch untersuchen, wie sich die Gleichgewichtswerte ändern, wenn z.B. Lohn- oder Zinseinkommen besteuert werden.

### Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Basismodell:

- seine Annahmen
- seine Beschränkungen
- mögliche Anwendungsfälle.

### Variation 1:

## Ein Modell zur Analyse von Beschäftigung und Inflation

### Das Basismodell

Wie im Basismodell wird mit Arbeit und Kapital ein Gut produziert, und zwar mit der Produktionsfunktion  $Y=F(N,K) = Kg(N/K)$ ,  $g'>0$ ,  $g''<0$ .

Der Kapitalstock ist gegeben,  $K=K^0=1$ , somit ist  $Y = g(N)$ .

Es gibt  $N^0$  identische Haushalte, von denen jeder  $h=1$  Arbeitsstunden anbietet. Das Arbeitsangebot ist also  $N^0$ .

### Eine Monopolgewerkschaft

Im Unterschied zum Basismodell agiert auf dem Arbeitsmarkt eine Monopolgewerkschaft, die den Geldlohn  $W$  festsetzt. Bei diesem Lohn werden  $N < N^0$  Arbeitsanbieter beschäftigt,  $N^0 - N$  bleiben arbeitslos. Ein Beschäftigter (mit  $h=1$ ) erhält den Bruttorealohn  $w$ , ein Arbeitsloser (mit  $h=0$ ) die Arbeitslosenunterstützung  $w^0 < w$ . Wenn diese von den Beschäftigten finanziert werden muß, ist der Nettoreallohn eines Beschäftigten  $w^{\text{netto}} = w - w^0(N^0 - N)/N$ .

Sieht man der Einfachheit halber von Kapitaleinkommen ab, die für die folgende Argumentation keine Rolle spielen, dann ist der Nutzen eines Beschäftigten  $w^{\text{netto}} - \beta$ ,  $\beta > 0$  und der Nutzen eines Arbeitslosen  $w^0$ . Die Wahrscheinlichkeit beschäftigt zu werden ist  $N/N^0$ , die Wahrscheinlichkeit arbeitslos zu sein ist  $1 - N/N^0$ . Der erwartete Nutzen eines Arbeitsanbieters ist dann  $E u = (w^{\text{netto}} - \beta)N/N^0 + w^0(1 - N/N^0) = (w - \beta)N/N^0$ .

### Geldmarkt und Notenbank

Im Unterschied zum Basismodell gibt es außerdem einen Geldmarkt.

Anbieter der Geldmenge  $M$  ist die Notenbank.

Es wird (ohne genaue Begründung) angenommen, daß die Geldnachfrage dem Wert der Produktion  $PY$  proportional ist. Bei konstanter Umlaufgeschwindigkeit  $v$  des Geldes gilt im Gleichgewicht die Quantitätsgleichung  $vM = PY$ .

Ferner wird (ohne Begründung über individuelle Nutzenfunktionen) angenommen, daß die Notenbank an einem stabilen Preisniveau  $P=P^0$ , aber auch an einer möglichst hohen Beschäftigung  $N$  interessiert ist. Ihre Zielfunktion sei  $Z=N-(P-P^0)^2/2$ .

### Ein strategisches Spiel zwischen Gewerkschaften und Notenbank

Die Gewerkschaft und die Notenbank entscheiden nacheinander in zwei aufeinander folgenden Perioden. In der ersten Periode setzt die Monopolgewerkschaft in Erwartung eines bestimmten Preisniveaus den Geldlohn für die zweite Periode fest. In der zweiten Periode bestimmt die Notenbank das Preisniveau. Anschließend entscheiden die Unternehmer über die Höhe der Beschäftigung.

Die Entscheidungsstruktur entspricht einem sequentiellen, zweistufigen Spiel. Die Gewerkschaft ist Stackelbergführer, die Notenbank Stackelbergfolger.

### Arbeitsnachfrage und Beschäftigung

Bei gegebenem Geldlohn  $W$  und Preisniveau  $P$  wird die Beschäftigung durch die Arbeitsnachfrage der Unternehmungen bestimmt, die sich aus der Grenzproduktivitätsbedingung ergibt:

$\max PY-WN$ , NB.  $Y = g(N)$ ,  $W$  und  $P$  gegeben.

$\Rightarrow$

$$\text{Arbeitsnachfrage: } W=Pg'(N^*), \quad \text{bzw. } w=W/P=g'(N^*),$$

(vgl. Figur 1).

### Die Entscheidung der Notenbank

Die Notenbank steuert das Preisniveau über das Geldangebot  $M$ . Es folgt bei gegebenem  $Y$  aus der Quantitätsgleichung:  $P=vM/Y$ .

Das Kalkül der Notenbank ist

$\max N-(P-P^0)^2/2$ , NB.  $W^* = Pg'(N)$

$\Rightarrow$

$$\text{Preisniveau: } P^*(P^*-P^0) = -g'/g'' > 0.$$

Hierbei ist  $W^*$  der von der Monopolgewerkschaft festgesetzte Lohnsatz.

Es zeigt sich, daß  $P^*-P^0 > 0$  ist, d.h. daß die Notenbank im Interesse einer höheren Beschäftigung eine gewisse Inflation zuläßt.

### Die Entscheidung der Gewerkschaft

Ziel der Monopolgewerkschaft sei die Maximierung des erwarteten Nutzens eines Arbeitsanbieters unter der Nebenbedingung der Arbeitsnachfrage der Unternehmungen:

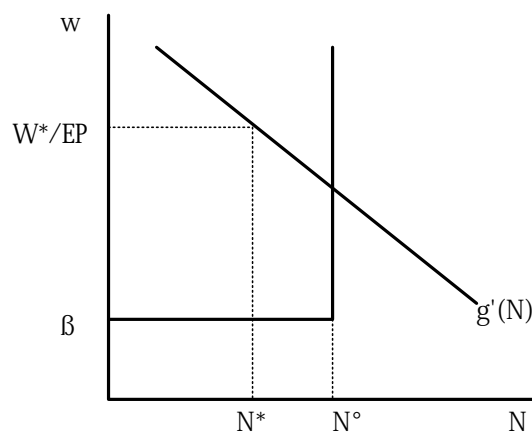
$$\max (w-\beta)EN/N^0, \text{ NB. } w=g'(EN)$$

⇒

$$\text{Geldlohn und Beschäftigung: } g'(EN)+ENg''(EN)=\beta, \text{ mit } W^*=g'(EN)EP.$$

Hierbei ist  $W^*$  der von der Gewerkschaft festgesetzte Geldlohn,  $EP$  ist das erwartete Preisniveau und  $EN$  die erwartete Zahl der Beschäftigten.

Annahme:  $W^*/EP > g'(N^0)$  (vgl. Figur 1) und damit  $EN < N^0$ .



FIGUR 1

### Gleichgewicht mit rationalen Erwartungen

Die Gewerkschaft berücksichtigt bei ihrer Entscheidung über den Geldlohn, daß die Notenbank darauf reagieren wird. Sie bildet korrekte Erwartungen über die Höhe des Preisniveaus, das den Reallohn  $w=W/P$  bestimmt. Es gilt also  $EP=P$ . Man spricht von rationalen Erwartungen, weil diese die optimale Wahl der Notenbank vorwegnehmen. (Bei Entscheidungen ohne Unsicherheit sind rationale Erwartungen identisch mit korrekten Erwartungen. Bei Unsicherheit wird der Erwartungswert der Variablen richtig prognostiziert).

Mit rationalen Erwartungen ergibt sich:

$$N = E N = N^* < N^{\circ}, \quad W^* = P^* g'(N^*), \quad \text{und} \quad Z^* = N^* - (P^* - P^{\circ})^2 / 2 < N^* .$$

Könnte sich die Notenbank verbindlich verpflichten, das Preisniveau bei  $P^{\circ}$  stabil zu halten, wäre die Beschäftigung ebenfalls  $N = N^*$  (aus  $g''N + g' = \beta$ ), und die Zielfunktion der Notenbank hätte den höheren Wert  $Z = N^*$ . Wenn sie aber  $P^{\circ}$  nicht verbindlich festlegen kann, hat sie einen Anreiz zu einer gewissen Inflation (Problem der Zeitinkonsistenz der Geldpolitik).

### **Zur Bedeutung des Modells**

Das Modell, das auf Arbeiten von Kydland und Prescott (1977) und Barro und Gordon (1983) zurückgeht, hat inzwischen einen festen Platz in der Makroökonomie (vgl. z.B. Mankiw 1992). Es ist auch mehrfach zur Analyse und Prognose der Notenbankpolitik in der Europäischen Währungsunion herangezogen worden (z.B. bei Grüner und Hefeker 1999).

Es soll einen Inflationssockel erklären, der durch strategisches Verhalten der Notenbank entstehen kann, wenn diese nicht durch feste Regeln gebunden ist.

Die Zielfunktion der Notenbank wird häufig auch als Zielfunktion einer Regierung interpretiert. Dabei wird in der Regel unterstellt, daß Rechtsparteien mehr Gewicht auf Preisstabilität, Linksparteien mehr Gewicht auf Beschäftigung legen ("Partisan-Theorie" von Inflation und Beschäftigung).

Vielfach wird in Modellen dieser Art auch Unsicherheit berücksichtigt. So ist untersucht worden, welche Auswirkungen stochastische Schwankungen der Arbeitsnachfrage auf Geldpolitik, Inflation und Beschäftigung haben. Ferner hat man analysiert, welche Konsequenzen sich ergeben, wenn die Wirtschaftssubjekte unsicher sind über die Zielfunktion der Notenbank, z.B. weil diese vom Ausgang einer bevorstehenden Wahl abhängt. Auf solchen Überlegungen beruht die Theorie politischer Konjunkturzyklen.

Problematisch ist vor allem, daß der monetäre Teil des Modells auf Annahmen beruht, die zwar nicht unplausibel erscheinen, aber doch nicht wirklich mikroökonomisch begründet sind: Die Quantitätstheorie des Geldes und die Zielfunktion der Notenbank.

### **Literatur**

Kydland, F.E., Prescott, C., Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans, "Journal of Political Economy", 85, June 1977, 473-492

Barro, R.J., Gordon, D., A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model, "Journal of Political Economy", 91, Aug. 1983, 589-610

Grüner, H.P. and Hefeker, C., How Will EMU Affect Inflation and Unemployment in Europe? "Scandinavian Journal of Economics", 101, March 1999

Mankiw, N.G., Macroeconomics, Worth Publications 1992, ch. 12, besonders der Anhang (S.342-344).

## Zur Übung und Diskussion

### Eine Übungsaufgabe

In der Literatur werden bei der Analyse des Modells konkrete logarithmische Funktionen unterstellt, z.B.  $Y=N^\alpha$  und  $z=n^2/2-(p-p^\circ)^2/2$ , mit  $z=\ln Z$ ,  $n=\ln N$ ,  $p=\ln P$ . Lösen Sie das Modell mit diesen Funktionen.

### Lösungsskizze:

Gewinnmaximierung der Unternehmung ergibt  $W=\alpha P N^{\alpha-1}$ , bzw. in Logarithmen,  $w = \ln \alpha + p + (\alpha - 1)n$ .

Nutzenmaximierung der Gewerkschaft ergibt  $W=w^\circ P^E/\alpha$ , bzw., in Logarithmen,  $w = \log(w^\circ/\alpha) + p^E$ .

Maximierung der Zielfunktion der Notenbank unter den Nebenbedingungen  $w = \ln \alpha + p + (\alpha - 1)n$  und  $w = \log(w^\circ/\alpha) + p^E$  ergibt  $p - p^E = (1 - \alpha)^2(p - p^\circ) + \ln w^\circ - 2 \ln \alpha$ .

Rationale Erwartungen ergeben  $p^* = p^\circ + n^*/(1 - \alpha) > p^\circ$ ,  $n^* = (2 \ln \alpha - \ln w^\circ)/(1 - \alpha)^2$ ,  $w^* = \log(w^\circ/\alpha) + p^*$ , und  $z^* = n^{*2}/2 - (p^* - p^\circ)^2/2 < n^{*2}/2$ .

$Z^* = n^{*2}/2 - (p^* - p^\circ)^2/2 < n^{*2}/2$ .

### Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen.

Erfasst es wesentliche Bestimmungsgründe von Inflation und Beschäftigung?

## Variation 2:

### Ein Modell zur Analyse von Zinssatz und Wechselkurs

#### Das Basismodell mit beschränktem Wettbewerb

Wie im Basismodell wird das Sozialprodukt durch Einsatz von Arbeit und Kapital mit der Produktionsfunktion  $Y=F(N,K)$  hergestellt. Arbeit und Kapital sind voll beschäftigt bei  $N=N^\circ$  und  $K=K^\circ$ . Dadurch ergibt sich  $Y=Y^\circ$ .

Bei konstanten Skalenerträgen gilt  $Y=F_N N+F_K K$ , wobei  $F_N$  die Grenzproduktivität der Arbeit und  $F_K$  die Grenzproduktivität des Kapitals ist.

Annahme: Der Wettbewerb auf dem Kapitalmarkt ist beschränkt, so daß der Zinssatz  $i$  für die Aufnahme von Kapital niedriger ist als die Grenzproduktivität des Kapitals,  $i < F_K$ . Bei Gewinnmaximierung gilt  $w/i = F_N/F_K$ . Daraus folgt, daß auch der Lohnsatz niedriger ist als die Grenzproduktivität der Arbeit,  $w < F_N$ . Für die Rentabilität des Kapitals ergibt sich dann:  $r = (Y-wN)/K = (F_K K + F_N N - wN)/K = F_K + (F_N - w)N/K > F_K > i$ . Sie ist höher als der Zinssatz auf dem Kapitalmarkt.

(Das hat Konsequenzen für den Aktienkurs. Eine Aktie, die in jeder zukünftigen Periode den Ertrag  $r$  abwirft, hat beim Kapitalmarktzins  $i$  den Kurs  $r/i$ ).

#### Außenwirtschaftliche Beziehungen

Es werden zwei Länder betrachtet, ein Inland und ein Ausland. Jedes Land produziert ein Gut, das auch in das andere Land exportiert wird. Im folgenden werden die Variablen des Auslands mit einem \* gekennzeichnet.

Es gibt einen Weltkapitalmarkt mit einem einheitlichen Zinssatz  $i$ , aber möglicherweise unterschiedliche Kapitalrenditen  $r$  und  $r^*$ .

Die realen Exporte der beiden Länder sind  $E$  bzw.  $E^*$ .  $P$  bezeichnet das inländische,  $P^*$  das ausländische Preisniveau. Der nominelle Wechselkurs ist  $e$ , der reale Wechselkurs (das Austauschverhältnis) ist  $t:=eP^*/P$ .

Der monetäre Exportüberschuß der Handelsbilanz des Inlandes ist  $PE - eP^*E^* = P(E - tE^*) = PX$ , wobei  $X$  den realen Exportüberschuß bezeichnet. Ihm entspricht ein Kapitalexport in gleicher Höhe.

Der monetäre Exportüberschuß der Handelsbilanz des Auslandes ist  $P^*E^* - PE/e = P^*(E^* - E/t) = -P^*X/t$ . Der reale Exportüberschuß ist  $E^* - EP/eP^* = -X/t$ .

Der reale Exportüberschuß hängt vom realen Wechselkurs ab,  $X=X(t)$ . Er nimmt (bei Gültigkeit der sogenannten Marshall-Lernerbedingung) mit steigendem  $t$  zu,  $X'(t) > 0$ . Unter bestimmten Voraussetzung gilt dies auch für  $X/t$ ,  $\{X(t)/t\}' > 0$ .

### Investitionen, Ersparnisse und Kapitalexport

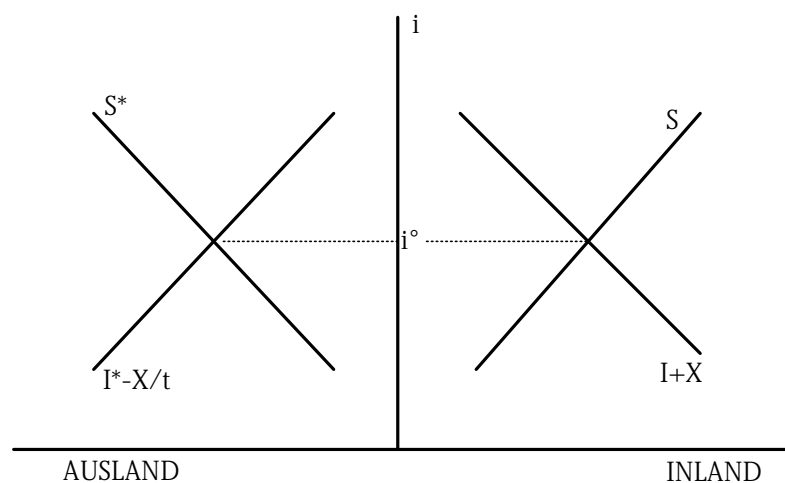
Die Ersparnisse der beiden Länder sind  $S(i)$  bzw.  $S^*(i)$ . Sie nehmen mit steigendem Zinssatz zu. Mit den Ersparnissen können Investitionen und Kapitalexporte finanziert werden. Die Investitionen der beiden Länder sind  $I(r-i)$  und  $I^*(r^*-i)$ . Sie nehmen mit steigender Zinsdifferenz  $r-i$  bzw.  $r^*-i$  zu.

Für jedes Land gilt eine IS-Gleichung:

$$S(i) = I(r-i) + X(t) \quad \text{und} \quad S^*(i) = I^*(r^*-i) - X(t)/t.$$

(Aus diesen beiden IS-Gleichungen folgt die Gleichheit von Ersparnis und Investition auf dem Weltkapitalmarkt:  $S + tS^* = I + tI^*$ .)

Figur 2.1A illustriert diese Gleichungen und das Kapitalmarktgleichgewicht beim Zinssatz  $i^\circ$ .



FIGUR 2.1 A



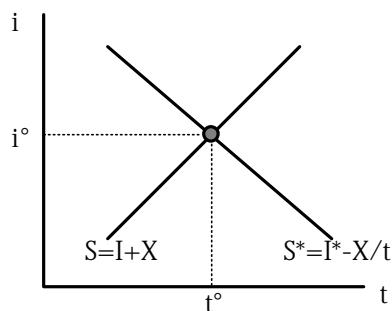
## Zinssatz und Wechselkurs

Die beiden IS-Gleichungen bestimmen simultan die Gleichgewichtswerte des Zinssatzes  $i$  und des realen Wechselkurses  $t$ . Die Lösung ist in der Figur 2.2A illustriert.  $t^\circ$  gibt den Gleichgewichtswert des realen Wechselkurses an, der durch die "Fundamentaldaten" der beiden Ökonomien bestimmt ist.

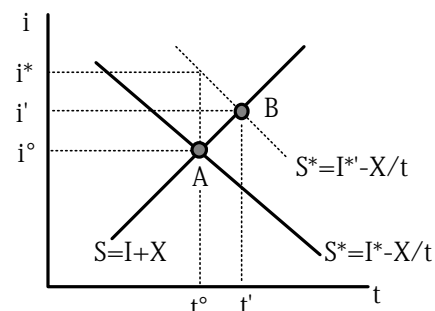
Wenn in jedem Land eine LM-Gleichung gilt:

$$M = PL(Y,i) \quad \text{und} \quad M^* = P^*L^*(Y^*,i),$$

dann können die Notenbanken durch die Wahl der Geldmenge das jeweilige Preisniveau bestimmen. Der nominelle Wechselkurs  $e$  folgt dann aus  $e = tP/P^*$ . Er folgt im Gleichgewicht ebenfalls aus den Fundamentaldaten der beiden Ökonomien.



FIGUR 2.2A



FIGUR 2.2B

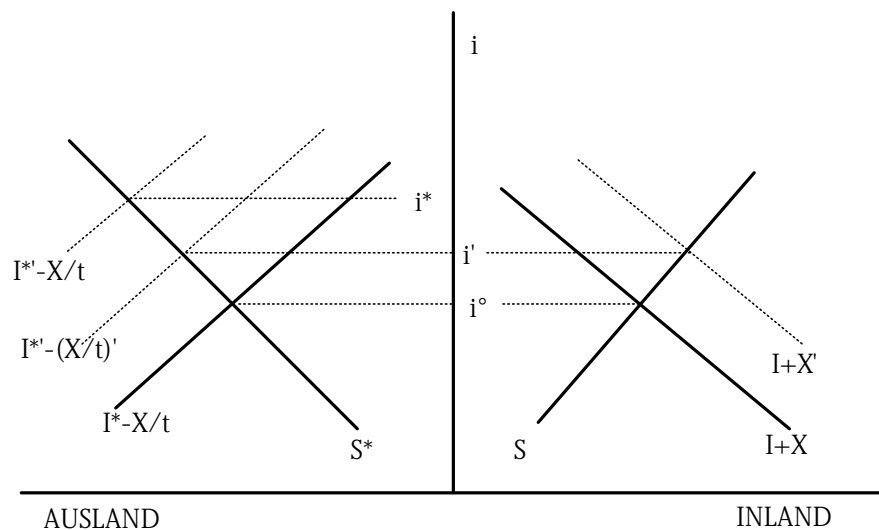
## Komparative Analyse

Der Mechanismus, der hinter der Bestimmung des Gleichgewichts steckt, kann mit folgendem Beispiel erläutert werden, das zunächst mit der Figur 2.1B illustriert wird.

Ausgangspunkt ist das Gleichgewicht beim Zinssatz  $i^\circ$ . Angenommen, im Ausland steigt die reale Kapitalverzinsung  $r^*$ , z.B. durch technischen Fortschritt. Dann steigt die Investitionsnachfrage  $I^*$  auf  $I'^*$ , so daß sich die entsprechende Kurve nach links oben verschiebt. Dadurch tendiert der Geldzinssatz im Ausland zunächst zu  $i^*$ . Wegen der positiven Zinsdifferenz nimmt im Inland die Nachfrage nach Devisen und damit der reale Wechselkurs zu. Als Folge davon steigt der inländische Exportüberschuß  $X$  und der ausländische Importüberschuß  $X/t$ . Im Inland verschiebt sich die Kurve  $I+X$  nach oben, im Ausland

verschiebt sich die Kurve  $I^*-X/t$  wieder nach unten. Dadurch verringert sich die Zinsdifferenz. Ein neues Gleichgewicht ist erreicht beim Zinssatz  $i'$  mit dem Exportüberschuß  $X'$  und dem Importüberschuß  $-(X/t)'$ .

In diesem neuen Gleichgewicht ist der reale Wechselkurs und bei konstanten Preisen auch der nominelle Wechselkurs höher als im ursprünglichen Gleichgewicht bei  $i^\circ$ .



FIGUR 2.1 B

Das kann man direkt an der Figur 2.2B ablesen. Durch die höhere Kapitalverzinsung verschiebt sich Auslandskurve nach rechts oben. Bei dem Wechselkurs des ursprünglichen Gleichgewichts in A tendiert der Zinssatz im Ausland zu  $i^*$ . Die durch die Zinsdifferenz induzierten Kapitalströme werten die inländische Währung ab und erhöhen dadurch den inländischen Exportüberschuß. Dies bringt die Zinsdifferenz zum Verschwinden. Im neuen Gleichgewicht (in B) ist der Zinssatz von  $i^\circ$  auf  $i'$  gestiegen, der reale Wechselkurs von  $t^\circ$  auf  $t'$ .

Bei dieser Analyse ist nicht berücksichtigt, daß bei einer höheren Kapitalproduktivität  $r^*$  auch  $Y^*$  höher sein wird. Dann müßte man auch mit einer steigenden Ersparnis  $S^*$  und, wegen steigender Importe  $E^*$ , auch mit einem wachsenden Importüberschuß  $X/t$  rechnen. Das ändert aber am Ergebnis nichts, wenn der Anstieg von  $I^*$  so stark ist, daß der Zinssatz trotz dieser entgegen wirkenden Tendenzen steigt.

## Auslandsverschuldung und Zahlungsbilanzausgleich

Die internationale (Netto-)Verschuldung eines Landes erhöht sich durch Zinszahlungen auf die Schuld und sie sinkt durch Handelsbilanzüberschüsse. Angenommen, in dem diskutierten Zweiländermodell habe das Inland eine Auslandsschuld (in inländischer Währung) in Höhe von  $D$ . Die Zinszahlungen betragen  $iD$ . Dann ändert sich (bei konstanten Preisen) die Verschuldung pro Periode um den Betrag  $\Delta D = iD - X$ . Sie nimmt zu, wenn die Zinszahlungen den Handelsbilanzüberschuß übersteigen,  $iD > X$ .

Eine wachsende Verschuldung kann nur unterbrochen werden, wenn die Differenz zwischen inländischen Ersparnissen und Investitionen zunimmt, weil nur dann der Exportüberschuß ( $X = S - I$ ) steigt. Das kann dadurch ausgelöst werden, daß die Kreditwürdigkeit des Landes sinkt, weil die Rückzahlbarkeit der Schulden unsicherer wird. Die inländischen Investoren könnten Kredite auf dem internationalen Kapitalmarkt nur noch gegen eine entsprechende Risikoprämie erhalten. Dadurch würde sich die inländische Investitionsfunktion in der Figur 2.1B nach links unten verschieben. Der inländische Zinssatz würde tendenziell fallen, als Folge davon würde die inländische Währung abgewertet und der Saldo der Handelsbilanz würde sich verbessern. In einem langfristigen Zahlungsbilanzgleichgewicht reicht der Überschuß der Ersparnisse über die Investition gerade aus, um die Zinsen auf die Auslandsschuld zu decken,  $S - I = iD$ . Dann ist  $X = iD$  und somit  $\Delta D = 0$ . Die Zahlungsbilanz wäre ausgeglichen. In diesem Fall würde man von einem "klassischen Schuldnerland" sprechen, das mit seinen Handelsbilanzüberschüssen seine internationalen Zinsverpflichtungen finanziert. Ein "klassisches Gläubigerland" würde umgekehrt seine Handelsbilanzdefizite mit internationalen Zinserträgen ausgleichen.

## Zur Bedeutung des Modells

Von seiner Grundstruktur her handelt es sich bei dem behandelten Modell um ein ISLM-Modell für offene Volkswirtschaften, das nach Arbeiten von Fleming (1962) und Mundell (1962, 1963, 1968) als Mundell-Fleming-Modell bezeichnet wird. Es ist "the workhorse model of international macroeconomics", das einen festen Platz in makroökonomischen Lehrbüchern hat (z.B. in Mankiw 1992, Kapitel 13, oder Isard 1995, Kapitel 6. Zur Analyse der Zahlungsbilanz vgl. z.B. Heubes 1995, S. 434-439).

Im allgemeinen geht dieses Modell von festen Preisen, aber nicht notwendig von Vollbeschäftigung ( $Y=Y^o$ ) aus. Arbeitslosigkeit kann berücksichtigt werden, wenn man z.B. (wie in der Variation 2) eine Monopolverwerkschaft unterstellt.

Ein Problem ist eine konsistente mikroökonomische Begründung von ISLM. Der Einfluß des Zinssatzes auf Güter- und Geldnachfrage ergibt sich nämlich erst aus einer intertemporalen Analyse. Eine mögliche Begründung findet sich in McCallum und Nelson (1999).

Ferner ist zu bedenken, daß bei vollkommenen Geld- und Kapitalmärkten der Geldzinssatz nicht ohne ökonomische Konsequenzen dauerhaft vom Realzinssatz abweichen kann. Nach der sogenannten Fischer-Gleichung entspricht die Differenz zwischen Geld- und Realzins der Inflationsrate, so daß sie durch Inflation (oder Deflation) ausgeglichen wird. Eine andere (von Keynes favorisierte) Möglichkeit wäre, daß sich der Realzins über die Investitionstätigkeit an den Geldzins anpaßt.

## Literatur

Fleming, M., Domestic Financial Policy Under Fixed and Floating Exchange Rates, "International Monetary Fund Staff Papers", 9, 1962, 369-379

Heubes, J., Grundlagen der modernen Makroökonomie, München 1995

Isard, P., Exchange Rate Economics, Cambridge University Press 1995

Mankiw, Macroeconomics, Worth Publishers 1992

McCallum, B.T., Nelson, E., An Optimizing IS-LM Specification for Monetary Analysis and Business Cycle Analysis, "Journal of Money, Credit and Banking", 31 (3), Aug. 1999, Part 1, 296-316

Mundell, R.A., The Appropriate Use of Monetary and Fiscal Policy for Internal and External Stability, "International Monetary Fund Staff Papers", 9, 1962, 70-79

Mundell, R.A., Capital Mobility and Stabilization Policy Under Fixed and Flexible Exchange Rates, "Canadian Journal of Economics and Political Science", 29, Nov. 1963, 475-485

Mundell, R.A., International Economics, Macmillan 1968

---

## Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen.  
Erfaßt es wesentliche Bestimmungsgründe des Wechselkurses?

### Variation 3:

#### Ein Modell zur Analyse von Lohnstruktur und Arbeitslosigkeit

##### Produktion mit einfacher und qualifizierter Arbeit

Wie im Basismodell wird ein Gut (das Sozialprodukt) mit Kapital und Arbeit produziert, aber es gibt jetzt zwei Typen von Arbeit: Einfache Arbeit mit dem Angebot  $L^\circ$  und qualifizierte Arbeit mit dem Angebot  $H^\circ$ . Die Produktionsfunktion ist

$$Y = F(TH, K_H) + F(L, K_L) = THf(k_H/T) + Lf(k_L), \quad k_H := K_H/H \quad \text{und} \quad k_L := K_L/L,$$

mit den üblichen Eigenschaften von  $f$ .

Qualifizierte Arbeiter produzieren mit dem Kapitaleinsatz  $K_H$ , einfache Arbeiter mit  $K_L$ . Der gesamte Kapitalbestand ist  $K_H + K_L = K^\circ$ . Der Parameter  $T > 1$  drückt aus, daß qualifizierte Arbeit produktiver ist als einfache Arbeit.

##### Kapitalverzinsung und Kapitalstruktur

Die den Gewinn maximierende Nachfrage nach Kapital folgt aus

$$f'(k_H/T) = f'(k_L) = r.$$

Daraus ergibt sich  $k_H = Tk_L$ . Qualifizierte Arbeiter produzieren mit einer höheren Kapitalintensität.

Die Aufteilung des Kapitals auf die beiden Typen von Arbeit ermittelt man aus der Gleichung

$$K^\circ = K_H + K_L = k_H H^\circ + k_L L^\circ.$$

Es ergibt sich:

$$k_H = TK^\circ / (TH^\circ + L^\circ), \quad k_L = k_H / T.$$

Wenn  $T$  steigt, steigt  $k_H$ , aber  $k_L$  sinkt. Es wird dann Kapital von einfacher zu qualifizierter Arbeit umgeschichtet.

## Löhne und Lohnstruktur

Die Löhne  $w_H$  und  $w_L$  für qualifizierte und einfache Arbeit ergeben sich aus dem Gleichgewicht auf dem jeweiligen Arbeitsmarkt. Dabei entspricht die Nachfrage nach Arbeit unter Wettbewerbsbedingungen der jeweiligen Grenzproduktivität der Arbeit. Die Gleichgewichtsbedingungen sind

$$w_H = T[f(k_H/T) - f'(k_H/T) k_H/T] \quad \text{und} \quad w_L = f(k_L) - k_L f'(k_L) .$$

Wegen  $k_H/T = k_L$  folgt

$$w_H = T w_L > w_L .$$

Der Lohnsatz für qualifizierte Arbeit liegt also um so mehr über jenem für einfache Arbeit, je höher der Produktivitätsparameter  $T$  ist. Wenn  $T$  steigt, sinkt  $k_L$ , so daß  $w_L$  abnimmt. Der Einfluß auf  $w_H$  ist komplizierter, weil auch  $k_H/T$  sinkt. Man kann aber zeigen, daß unter allgemeinen Bedingungen  $w_H$  steigt.

## Mindestlohn und Arbeitslosigkeit

Um den durch  $T$  verursachten Lohnabstand zu beseitigen, kann man einen Mindestlohn für einfache Arbeit einführen, der höher ist als der Marktlohn. Der Lohnsatz für qualifizierte Arbeit ergebe sich weiterhin aus Angebot und Nachfrage, d.h. es ist  $H = H^\circ$ . Aber wegen des Mindestlohns gibt es Arbeitslosigkeit bei einfacher Arbeit. Aus der Arbeitsnachfrage für einfache Arbeit,  $w_L = f(k_L) - k_L f'(k_L)$ , folgt, daß die Kapitalintensität  $k_L$  und damit auch  $k_H = T k_L$  steigt.

Wegen  $K^\circ = K_H + K_L = k_H H^\circ + k_L L = T k_L H^\circ + k_L L$  folgt:

$$L = K^\circ / k_L - T H^\circ .$$

Da  $k_L$  gestiegen ist, folgt  $L < L^\circ$ .

Somit bleiben  $L^\circ - L$  einfache Arbeiter arbeitslos.

Da auch die Kapitalintensität qualifizierter Arbeiter steigt, ergibt sich wegen  $k_H = K_H / H^\circ$ , daß qualifizierte Arbeiter bei einem Mindestlohn insgesamt mehr Kapital, d.h. ein höheres  $K_H$  erhalten. Somit steht den einfachen Arbeitern insgesamt weniger Kapital zur Verfügung als vorher, obwohl jeder einzelne reichlicher ausgestattet ist. Die Zahl der beschäftigten einfachen Arbeiter hat stärker abgenommen als das ihnen insgesamt zur Verfügung stehende Kapital.

## Qualifikation

Mit dem Modell kann man auch untersuchen, wie sich die Ergebnisse ändern, wenn sich einfache Arbeiter qualifizieren können.  $H$  und  $L$  sind dann nicht mehr vorgegeben, sondern es ist  $H+L=N^\circ$ .

Wenn  $H$  steigt und  $L$  entsprechend fällt, ändert sich das Ergebnis  $k_H=Tk_L$  nicht, somit auch nicht  $w_H=Tw_L$ . Der Lohnunterschied bleibt also bestehen.

Das ist überraschend, weil man erwarten würde, daß bei steigendem  $H/L$  wegen der veränderten Knappheitsverhältnisse  $w_H$  sinkt und  $w_L$  steigt. Eine genauere Analyse zeigt, warum das nicht so ist. Mit dem Anstieg von  $H/L$  ziehen die qualifizierten Arbeitskräfte so viel Kapital von einfacher Arbeit ab, daß  $k_L=K_L/L$  fällt, d.h.  $K_L$  sinkt stärker als  $L$ .

Andererseits reicht der Zustrom von Kapital nicht aus, um die Auswirkung des steigenden  $H$  auf  $k_H$  zu kompensieren.  $K_H$  steigt schwächer als  $H$ , so daß  $k_H=K_H/H$  ebenfalls sinkt. Der Rückgang der beiden Kapitalintensitäten bewirkt die Abnahme der beiden Lohnsätze. Gewinner der Umstrukturierung sind die Kapitaleigentümer, denn der Zinssatz  $r=f'(k_L)$  steigt.

Zum Beweis betrachtet man  $k_L=K^\circ/A$  mit  $A:=TH+L=(T-1)H+N^\circ$ . Bei steigender Zahl  $H$  von qualifizierten Arbeitern nimmt  $k_L$  ab. Wegen  $k_H=Tk_L$  nimmt auch  $k_H$  ab. Infolgedessen sinkt  $w_L$  und  $w_H$ , während  $r$  steigt.

Ob sich die Qualifikation lohnt, hängt von den Qualifikationskosten ab. Angenommen, diese betragen  $cw_H$ . Dann ist die Qualifikation lohnend, wenn  $(1-c)w_H > w_L$ , bzw. wegen  $w_H=Tw_L$ , wenn  $(1-c)T > 1$  ist. Es ist vorstellbar, daß die Qualifikationskosten mit steigendem Anteil  $H/N^\circ$  progressiv zunehmen, d.h. daß  $c = c(H/N^\circ)$  mit  $c', c'' > 0$  ist. Man kann dann eine zusätzliche Qualifikation erwarten, solange  $H$  klein ist, aber nicht mehr, wenn der Anteil der Qualifizierten schon sehr hoch ist. Dann kann es ein Gleichgewicht mit  $[1-c(H^*/N^\circ)]T=1$  geben, das den Anteil  $H^*/N^\circ$  der Qualifizierten bestimmt. Dieser Anteil würde mit steigendem  $T$  zunehmen.

## Zur Bedeutung des Modells

Die Entwicklung der Lohn- und Beschäftigungsstruktur von qualifizierten und unqualifizierten Arbeitskräften ist in den letzten zwanzig Jahren zu einem wichtigen volkswirtschaftlichen Thema geworden, weil sich die relative Position von unqualifizierten oder wenig qualifizierten Arbeitsanbietern ständig verschlechtert hat. In den USA hat vor allem ihr relativer (aber auch

ihr absoluter) Lohn abgenommen, in Europa ist ihr Anteil an den Arbeitslosen gestiegen. Eine wichtige Erklärung ist ein sogenannter "skill-biased technical progress", ein verzerrter technischer Fortschritt zu Gunsten der Qualifizierten. Im obigen Modell wäre dies eine laufende Zunahme von  $T$ .

Die relative Position von Qualifizierten und Unqualifizierten ist in einer ganzen Reihe unterschiedlicher Modelle untersucht worden. Ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal, das allerdings die zentralen Ergebnisse gar nicht entscheidend berührt, ist die Spezifikation der Produktionsfunktion. Das oben diskutierte Modell verwendet die Produktionsfunktion  $Y=F(TH;K_H)+F(L,K_L)$ . Eine alternative Produktionsfunktion wäre  $Y=F(TH, L, K)$ , oder, als Spezialfall einer Ökonomie ohne Kapital  $Y=F(TH,L)$  (vgl. z.B. Gregg und Manning 1997). Dabei wird jeweils angenommen, daß qualifizierte und unqualifizierte Arbeiter mit der Herstellung desselben Produkts beschäftigt sind. Statt dessen sind auch Modell untersucht worden, in denen qualifizierte und unqualifizierte Arbeiter unterschiedliche Güter herstellen, etwa mit den Produktionsfunktionen  $Y_H=F_H(TH,K_H)$  und  $Y_L=F_L(L,K_L)$  (vgl. z.B. Vogt 1999). Eine gute Einführung in Fragestellungen und Literatur bietet Johnson (1997).

## Literatur

Gregg, P., Manning, A., Skill-biased Change, Unemployment and Wage Inequality,

"European Economic Review", 41, 1173-1200

Johnson, G.E., Changes in Earnings Inequality: The Role of Demand Shifts,

"Journal of Economic Perspectives", 11, Spring 1997, 41-54

Vogt, W., Skill-biased Technological Change and Inequality: A Dynamic Interdependence,

Regensburg 1999, [www.uni-regensburg.de/vogt/forschung.htm](http://www.uni-regensburg.de/vogt/forschung.htm)

---

## Zur Übung und Diskussion

### Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen.  
Erfäßt es wesentliche Bestimmungsgründe von Lohnstruktur und Arbeitslosigkeit?

### Aufgabe 1

Zeigen Sie mit einem geeigneten Modell, daß qualifizierte Arbeit kapitalintensiver produziert als einfache Arbeit.

### Aufgabe 2



Warum ist zu erwarten, daß qualifizierte Arbeit auch dann höher entlohnt wird als einfache Arbeit, wenn letztere relativ knapper ist?

### **Aufgabe 3**

Zeigen Sie, warum mit zunehmender Qualifikation von unqualifizierten Arbeitsanbietern nicht nur der Lohn für qualifizierte Arbeit, sondern auch der Lohn für unqualifizierte Arbeit fallen kann.

### **Aufgabe 4**

Entwerfen Sie ein Modell mit zwei Gütern, in dem ein Gut mit Kapital und qualifizierter Arbeit und ein Gut mit Kapital und einfacher Arbeit produziert wird. Wovon hängen die Löhne in diesem Modell ab?

### Variation 4:

## Ein Modell zur Analyse der sektoralen Struktur einer Wirtschaft

### Ein Zweisektoren-Modell

Dies ist das Modell einer Ökonomie, in der zwei Güter produziert und nachgefragt werden.

Die Produktionsfunktionen der beiden Güter sind

$$Y_i = F_i(T_i N_i, K_i) = T_i N_i f_i(x_i), \quad x_i := k_i / T_i, \quad k_i := K_i / N_i, \quad i=1,2,$$

mit den üblichen Eigenschaften von  $f$ .

Die Preise der beiden Güter sind  $p_1$  und  $p_2$ . Im folgenden wird der Preis von Gut 1 auf 1 normiert, also  $p_1 \equiv 1$ . Der relative Preis von Gut 2 wird mit  $p \equiv p_2 / p_1$  bezeichnet.

### Der Kapitalmarkt

Man könnte wie im Basismodell annehmen, daß das Kapitalangebot gegeben ist. Es ist in diesem Modell aber einfacher, statt dessen einen festen Zinssatz zu unterstellen, der z.B. vom Weltmarkt gegeben ist,  $r = r^\circ$ .

Dann folgt die Kapitalnachfrage der beiden Sektoren bei Wettbewerb und Gewinnmaximierung aus

$$r^\circ = f_1'(x_1) = p f_2'(x_2).$$

Bei gegebenem Zinssatz ist  $x_1 = k_1 / T_1$  konstant. Man erkennt ferner, daß der relative Preis  $p$  wegen  $f_2'' < 0$  mit steigendem  $x_2 = k_2 / T_2$  zunimmt. Dieser Zusammenhang ist in Figur 4 durch die steigende Kurve

$$\text{"Kapitalmarkt":} \quad p = r^\circ / f_2'(x_2)$$

illustriert.

### Der Arbeitsmarkt

Das Arbeitsangebot ist  $N^\circ$ . Es kann gleichermaßen im ersten und im zweiten Sektor beschäftigt werden, d.h. es ist  $N^\circ = N_1 + N_2$ .

In beiden Sektoren wird der gleiche Lohn  $w$  (ausgedrückt in Einheiten von Gut 1) bezahlt. Die Arbeitsnachfrage der beiden Sektoren ergibt sich bei Wettbewerb und Gewinnmaximierung aus

$$w = T_1 (f_1 - x_1 f_1') = p T_2 (f_2 - x_2 f_2') .$$

Da  $x_1$  durch den Kapitalmarkt festgelegt ist, ist auch  $w/T_1$  bestimm. Aus den beiden Gleichungen für den Arbeitsmarkt folgt eine Gleichung

$$\text{"Arbeitsmarkt": } p = \theta (w/T_1) (f_2 - x_2 f_2')^{-1} , \quad \text{mit } \theta := T_1 / T_2 .$$

Daraus ergibt sich, daß der relative Preis  $p$  mit steigendem  $x_2 = k_2 / T_2$  fällt. Dieser Zusammenhang wird in der Figur 4 durch die fallende Kurve illustriert.

### **Güter- und Beschäftigungsstruktur**

Die Produktions- und Beschäftigungsstruktur ergibt sich aus der Struktur der Nachfrage nach den beiden Gütern. Sie wird ausgedrückt durch

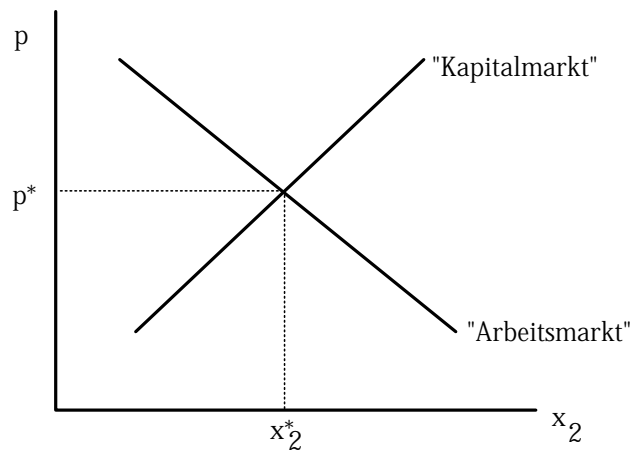
$$Y_1 / Y_2 = \mu d(p), \quad d' > 0 .$$

In dem Parameter  $\mu$  drücken sich die Präferenzen der Nachfrager aus. Die Funktion  $d(p)$  gibt an, daß bei steigendem relativem Preis von Gut 2 die Nachfrage nach Gut 1 zunimmt.

Die entsprechende Beschäftigungsstruktur erhält man, wenn man für  $Y_1$  und  $Y_2$  die Produktionsfunktionen einsetzt:

$$N_1 / N_2 = \mu d(p) f_2 / \theta f_1 .$$

Der Gleichgewichtswert  $p^*$  von  $p$  ergibt sich (zusammen mit dem Gleichgewichtswert  $x_2^*$  von  $x_2 = k_2 / T_2$ ) im Schnittpunkt der beiden Kurven der Figur 4.



FIGUR 4

### Die Entwicklung der Sektoren bei einer Änderung der Präferenzen

An den Gleichungen "Kapitalmarkt" und "Arbeitsmarkt" und ihrer Darstellung in Figur 4 erkennt man, daß der relative Preis  $p$  der beiden Güter konstant ist, wenn  $r^\circ$  und  $\theta$  konstant sind. Er ist unabhängig von den Präferenzen für die beiden Güter. Veränderungen des Präferenzparameters  $\mu$  beeinflussen aber die Entwicklung der Produktions- und Beschäftigungsstruktur. Wenn  $\mu$  sinkt, nimmt sowohl  $Y_1/Y_2$  als auch  $N_1/N$  ab. So könnte man z.B. den relativen Rückgang der Agrarsektors im Verhältnis zum industriellen Sektor begründen.

### Die Entwicklung der Sektoren bei unterschiedlichem technischem Fortschritt

Wenn z.B. die Produktivität des ersten Sektors schneller zunimmt als jene des zweiten, wenn also  $\theta = T_1/T_2$  steigt, verschiebt sich die Kurve "Arbeitsmarkt" in Figur 4 nach rechts. Infolgedessen steigt sowohl der relative Preis  $p$ , als auch  $x_2 = k_2/T_2$ . Wegen der Zunahme von  $p$  steigt bei gegebenem Präferenzparameter  $Y_1/Y_2$ . Es werden relativ mehr Güter im ersten Sektor nachgefragt und produziert, weil sie relativ billiger werden. Bei der Beschäftigungsstruktur beobachtet man gegenläufige Effekte. Die Zunahme von  $\theta$  senkt  $N_1/N_2$ , d.h. sie führt dazu, daß Arbeit vom ersten in den zweiten Sektor wandert. Andererseits steigt sowohl  $d(p)$  als auch  $f_2(x_2)$ .

Die Zunahme von  $d(p)$  hängt davon ab, wie stark die Nachfrager  $Y_2$  durch  $Y_1$  substituieren wollen, wenn der relative Preis des zweiten Gutes steigt. Wenn die Substitutionselastizität der beiden Güter gering ist, ist die Wirkung auf die Nachfrage nicht groß.

Die Erhöhung von  $f_2(x_2)$  hängt davon ab, wie stark  $x_2$  auf eine Erhöhung von  $\theta$  reagiert, und wie stark sich  $f_2$  mit  $x_2$  verändert. Der Einfluß von  $\theta$  auf  $x_2$  ergibt sich daraus, daß im zweiten Sektor  $w/T_2$ , d.h. der Lohnsatz im Verhältnis zum Produktivitätsparameter, steigt (denn  $w$  steigt mit  $T_1$ , also schneller als  $T_2$ ), während der Zinssatz konstant bleibt. Dadurch lohnt sich die Substitution von Arbeit durch Kapital. Die Stärke des Effekts hängt ab von der Substitutionselastizität von Arbeit und Kapital. Wenn diese gering ist, ist der Effekt klein. Der Einfluß von  $x_2$  auf  $f_2$  wird durch die Produktionselastizität des Kapitals gemessen, die kleiner ist als eins.

Diese Überlegungen vermitteln z.B. eine Vorstellung von der Umstrukturierung vom Industrie- zu einem Dienstleistungssektor, in dem persönliche Dienste wichtig sind. Ihre Produktivität steigt nicht so schnell wie die Produktivität im industriellen Sektor. Die Substitutionselastizität der Nachfrage könnte gering sein, weil man trotz steigender Preise von Dienstleistungen nicht auf diese verzichten möchte. Auch die Substitutionselastizität von Arbeit und Kapital könnte niedrig sein, weil man persönlichen Dienstleistungen nicht so einfach durch Kapital ersetzen kann. Dann wäre die Folge, daß zwar die Produktion des industriellen Sektors schneller zunimmt, aber trotzdem der Anteil der Beschäftigten im Dienstleistungssektor steigt.

### **CES-Funktionen**

In dem eben geschilderten Beispiel hing die sektorale Verschiebung von den Substitutionselastizitäten der produzierten Güter und der Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital ab. Zur genaueren analytischen Darstellung verwendet man häufig Nutzen- und Produktionsfunktionen mit konstanten Substitutionselastizitäten, die definiert sind durch

$$\varphi(z_1, z_2) = az_1^\rho + (1-a)z_2^\rho, \quad 0 < a < 1.$$

Hierbei ist  $\sigma := (1-\rho)^{-1}$  die Substitutionselastizität von  $z_1$  und  $z_2$ . Diese Variablen stehen in einer Nutzenfunktion z.B. für zwei verschiedene Güter ( $Y_1$  und  $Y_2$ ), in einer Produktionsfunktion z.B. für Arbeit und Kapital ( $N$  und  $K$ ).

Für  $\sigma=1$  erhält man die logarithmierte Form der Cobb-Douglas-Funktion,

$$\varphi(z_1, z_2) = a \ln z_1 + (1-a) \ln z_2.$$

Genauere Darstellungen solcher Funktionen finden sich in Lehrbüchern der Mikroökonomie oder z.B. in Silberberg (1990, S. 293 f.).

### **Zur Bedeutung des Modells**

Mehrsektorenmodelle verwendet man vor allem zur Analyse von Strukturproblemen und sektorialem Wandel. Wie die obigen Ausführungen zeigen, kann man damit z.B. den Strukturwandel von der Agrar- über die Industrie- zur Dienstleistungsgesellschaft untersuchen. Das Problem steigender Preise von Dienstleistungen als Folge eines langsameren technischen Fortschritts ist im Rahmen eines Zweisektorenmodells zuerst von Baumol (1967) untersucht worden. Zur Unterscheidung von Konsum- und Investitionsgütern werden Zweisektorenmodelle auch in der Wachstumstheorie verwendet, vgl. z.B. Meyer u.a. (1998, Kap. 9).

Einen modernen Ein- und Überblick über Zweisektorenmodelle bietet Beissinger (1999). Der formale Zusammenhang der Variante 4 mit Variante 3 wird in Vogt (2000) aufgezeigt.

Statt eines gegebenen Zinssatzes wird häufig ein gegebener Kapitalstock  $K^0$  mit  $K^0 = K_1 + K_2$  angenommen. Dann kann man die Produktionsmöglichkeiten für die beiden Güter in der üblichen Produktions-Edgeworthbox darstellen, mit  $N^0$  und  $K^0$  als Seitenlängen.

## Literatur

Baumol, W.J., Macroeconomics of Unbalanced Growth: The Anatomy of Urban Crisis, "American Economic Review", 57, June 1967, 415-426

Beissinger, T., Technischer Fortschritt als Ursache sektoralen Wandels, "WiSt" 29 (Jan. 2000), 2-7

Meyer, E.C., Müller-Siebers, K.-W., Ströbele, W., Wachstumstheorie, Oldenbourg, 2. Auflage 1998

Silberberg, E., The Structure of Economics. A Mathematical Analysis, McGraw-Hill 1990

Vogt, W., Endogenously Biased Technical Progress and the Macroeconomic Structure of Employment and Wages, in: H. Wagner (ed), Globalization and Unemployment, Springer 2000, 141-164

---

## Zur Übung und Diskussion

### Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen.  
Erfaßt es wesentliche Bestimmungsgründe der sektoralen Struktur der Wirtschaft und ihres Wandels?

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß der Lohnsatz  $w$  unabhängig ist vom Angebot  $N^0$  an Arbeit.  
Warum ist das der Fall?

### Aufgabe 2

Zeigen Sie, daß die Transformationskurve der beiden Güter durch die Gleichung  
 $Y_2 / T_2 = f_2 N^0 - (f_2 / f_1) (Y_1 / T_1)$   
beschrieben werden kann, und daß sie linear ist. Zeichnen und diskutieren Sie die Kurve.

**Aufgabe 3**

Es soll gelten  $T_1 = T_2 = T$ . Nehmen Sie an, daß  $T$  im Zeitablauf zunimmt. Wie ändern sich dann  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $w$ ,  $p$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $N_1$  und  $N_2$ ?

## Variation 5: Modelle zur Analyse des realen Außenhandels

### Internationaler Lohnausgleich in einem Einsektormodell

In einem Land wird ein Gut mit Arbeit und Kapital produziert. Die Produktionsfunktion ist

$$Y = F(N,K) = Nf(k), \quad k := K/N.$$

Bei Wettbewerb werden Arbeit und Kapital entlohnt gemäß:

$$r = f'(k) \text{ und } w = f(k) - kf'(k).$$

Nun betrachte man viele Länder dieser Art. Es wird angenommen, daß es einen internationalen Kapitalmarkt gibt und das Gut international gehandelt wird, aber Arbeit international nicht mobil ist.

Bei einem internationalen Kapitalmarkt ist der Zinssatz  $r$  für alle Länder gleich. Wenn alle Länder das gleiche Gut mit gleicher Technologie herstellen, wählen alle die gleiche Kapitalintensität  $k$ . Dann haben auch alle den gleichen Lohnsatz, auch wenn Arbeit international nicht mobil ist und auch, wenn die Länder unterschiedlich mit Arbeit ausgestattet sind. Der Ausgleich wird über die internationalen Märkte hergestellt. Ein Land, das reichlicher als andere Länder mit Arbeit ausgestattet ist, fragt entsprechend mehr Kapital nach.

### Internationaler Preisausgleich in einem Zweisektorenmodell

Allgemein können internationale Märkte einen Preisausgleich auch bei solchen Gütern bewirken, die international nicht gehandelt werden. Dies kann man z.B. mit einem Zweisektorenmodell zeigen, in dem zwei Gütern produziert werden, von denen nur eines international handelbar ist. Die Produktionsfunktionen seien

$$Y_i = F_i(K_i, N_i) = N_i f_i(k_i), \quad k_i := K_i / N_i, \quad i=1,2.$$



Dann folgt für die Entlohnung von Arbeit und Kapital:

$$r = f_1'(k_1) = pf_2'(k_2) \quad \text{und} \quad w = f_1(k_1) - k_1 f_1'(k_1) = p[f_2(k_2) - k_2 f_2'(k_2)] .$$

Es gebe wieder viele Länder dieser Art mit identischen Technologien. Es wird angenommen, daß es einen internationalen Kapitalmarkt gibt, aber Arbeit international nicht mobil ist, und daß das erste Gut international gehandelt wird ("tradable"), aber das zweite nicht (non-tradable").

Der für alle gleiche Zinssatz führt dazu, daß jedes Land im ersten Sektor die gleiche Kapitalintensität  $k_1$  wählt. Dann ist auch der Lohnsatz in allen Ländern gleich, auch wenn sie unterschiedlich mit Arbeit ausgestattet sind.

Aus den Gleichungen für Kapital- und Arbeitsnachfrage des zweiten Sektors erhält man die Bedingung

$$w/r = f_2/f_2' - k_2 .$$

Bei identischem Lohn-Zinsverhältnis  $w/r$  wählen also alle Länder auch im zweiten Sektor die gleiche Kapitalintensität  $k_2$ . Damit ist auch der relative Preis  $p$  des zweiten Gutes überall gleich. Das ist der Fall, obwohl das zweite Gut international gar nicht gehandelt wird. Es gilt auch dann, wenn in jedem Land die Präferenzen für die beiden Güter unterschiedlich sind.

### Ein Heckscher-Ohlin-Modell

Nun wird unterstellt, daß in dem Zweisektorenmodell beide Güter international gehandelt werden, aber beide Produktionsfaktoren international nicht mobil sind. Beim Faktor Kapital könnte man sich z.B. Humankapital vorstellen, so daß  $r$  der Preis für die Dienste der entsprechend qualifizierten Arbeit ist.

Da beide Güter handelbar sind, ist der relative Preis  $p$  durch den Weltmarkt bestimmt. Die vier Gleichungen

$$r = f_1'(k_1) = pf_2'(k_2) \quad \text{und} \quad w = f_1(k_1) - k_1 f_1'(k_1) = p[f_2(k_2) - k_2 f_2'(k_2)]$$

enthalten die fünf Variablen  $w$ ,  $r$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  und  $p$ . Infolgedessen können die beiden Faktorpreise und die beiden Kapitalintensitäten bei gegebenen Technologien als Funktionen des relativen Güterpreises  $p$  ausgedrückt werden. Wenn dieser über den Weltmarkt für alle Länder gleich ist, und wenn auch die Technologien der Länder übereinstimmen, dann sind die Faktorpreise  $w$

und  $r$  und auch die Kapitalintensitäten  $k_1$  und  $k_2$  überall gleich, auch wenn die Ausstattungen mit Arbeit und Humankapital verschieden sind.

Die Ausstattung eines Landes mit den beiden Produktionsfaktoren sei  $N^\circ$  und  $K^\circ$ . Die Allokation auf die beiden Sektoren ergibt sich aus

$$K^\circ = K_1 + K_2 = k_1 N_1 + k_2 N_2 \quad \text{und} \quad N^\circ = N_1 + N_2 .$$

Bezeichnet man die relative Faktorausstattung des Landes mit  $k^\circ := K^\circ / N^\circ$ , so erhält man für die Beschäftigungsstruktur der beiden Sektoren:

$$N_1 / N^\circ = (k^\circ - k_2) / (k_1 - k_2) .$$

Die Kapitalintensitäten  $k_1$  und  $k_2$  sind (über den relativen Preis  $p$ ) durch den internationalen Zusammenhang bestimmt. Annahme: Der erste Sektor ist kapitalintensiver,  $k_1 > k_2$ .

Dann nimmt  $N_1 / N^\circ$  mit steigender relativer Kapitalausstattung  $k^\circ$  eines Landes zu. Je reichlicher ein Land mit Kapital im Verhältnis zu Arbeit ausgestattet ist, umso mehr Beschäftigte hat es im kapitalintensiveren Sektor. Das hat Auswirkungen auf die Produktionsstruktur. Es ist

$$Y_1 / Y_2 = f_1 N_1 / f_2 N_2 = f_1 (k^\circ - k_2) / f_2 (k_1 - k^\circ) .$$

$Y_1 / Y_2$  nimmt also ebenfalls mit steigender relativer Kapitalausstattung zu.

Wenn sich die relativen Kapitalausstattungen der Länder unterscheiden, werden sie die beiden Güter also auch in unterschiedlichen Verhältnissen produzieren. Aber wenn alle Länder gleiche Präferenzen für die beiden Güter haben, werden sie im Gleichgewicht diese Güter im gleichen Verhältnis konsumieren wollen. Die Differenzen zwischen Produktions- und Konsumstruktur werden durch internationalen Handel ausgeglichen. Ein Land, das reichlich mit Kapital im Verhältnis zu Arbeit ausgestattet ist, exportiert das kapitalintensivere und importiert das arbeitsintensivere Gut (Theorem von Heckscher und Ohlin).

### **Spezialisierung**

Man betrachte noch einmal die Beschäftigungsstruktur im Heckscher-Ohlin-Modell:

$$N_1 / N^0 = (k^0 - k_2) / (k_1 - k_2) .$$

Vorausgesetzt ist weiterhin  $k_1 > k_2$ . Die Gleichung zeigt, daß im ersten Sektor nur dann produziert wird, wenn  $k^0 > k_2$  ist. Für  $k^0 \leq k_2$  ist  $N_1 = 0$ . Die Kapitalausstattung des Landes ist so gering, daß eine Produktion im ersten Sektor nicht rentabel ist. Das Land spezialisiert sich dann auf die Produktion des zweiten Gutes. Es exportiert einen Teil dieser Produktion und importiert dafür das erste Gut.

Wenn ein Land so reichlich mit Kapital ausgestattet ist, daß  $k^0 \geq k_1$  ist, dann spezialisiert es sich entsprechend auf die Produktion des ersten Gutes.

Bei Spezialisierung gilt allerdings nicht mehr der internationale Preisausgleich für die Preise der Produktionsfaktoren. Wenn sich z.B. ein Land auf die Produktion des zweiten Gutes spezialisiert, dann gilt im Gleichgewicht

$$r = f_2'(k^0) \quad \text{und} \quad w = f_2(k^0) - k^0 f_2'(k^0) ,$$

und wegen  $k^0 < k_2$  ist in diesem Land der Zinssatz höher und der Lohnsatz niedriger. (Man kann zeigen, daß bei diesen Faktorpreisen in der Tat eine Produktion im ersten Sektor unrentabel wäre).

### Absolute und relative Preise

Als Ergänzung soll in diesem Abschnitt kurz ausgeführt werden, was die oben unterstellten relativen Preise genau bedeuten.

Im Einsektormodell des ersten Abschnitts hat man eigentlich zunächst einen absoluten Preis  $P$  für das Gut, den Geldlohn  $W$  und den "Geldzinssatz"  $R$ . Die Zins- und Lohngleichungen lauten dann

$$R = P f' \quad \text{und} \quad W = P [f - k f'] .$$

Wenn das Gut international handelbar ist, dann ist sein Preis  $P$  in allen Ländern gleich hoch. Weil es einen internationalen Kapitalmarkt gibt, ist der Zinssatz  $R$  überall der gleiche. Also ist auch der "Realzinssatz"  $r = R/P$  in jedem Land der gleiche. Das gilt dann auch für den Reallohn  $w = W/P$ .

Im Zweisektorenmodell lauten die Zins- und Lohngleichungen zunächst

$$R = P_1 f_1' = P_2 f_2' \quad \text{und} \quad W = P_1 [f_1 - k_1 f_1'] = P_2 [f_2 - k_2 f_2'] .$$

Wenn Gut 1 und Kapital international gehandelt werden, dann ist  $P_1$  und  $R$  für alle Länder gleich, somit auch  $r = R/P_1$ , und als Folge davon  $w/P_1$ .

Wenn Gut 1 und Gut 2 international gehandelt werden, dann ist  $P_1$  und  $P_2$  für alle Länder gleich, und als Folge davon auch der relative Preis  $p=P_1/P_2$ .

### **Zur Bedeutung der Modelle**

Es handelt sich um Standardmodelle der realen Außenwirtschaftstheorie. Sie sind dadurch charakterisiert, daß bestimmte Produktionsfaktoren oder Güter international nicht mobil bzw. nicht handelbar sind. Dadurch können sich Abweichungen von einem idealen Gleichgewicht ergeben, das ohne solche Einschränkungen möglich wäre. Als typische Abweichung kann die Spezialisierung auf bestimmte Produkte gelten, wie sie schon von Ricardo (in seiner Theorie der komparativen Kosten) festgestellt worden ist. Besonders interessant ist aber auch, daß sich über handelbare Güter die Preise von nicht mobilen Produktionsfaktoren und nicht handelbaren Gütern angleichen können.

Wichtige frühe Arbeiten zu diesen Fragen stammen von den schwedischen Ökonomen Heckscher (1919) und Ohlin (1924). Als modernes Lehrbuch kann z.B. Dixit und Norman (1980) empfohlen werden. Eine knappe Zusammenfassung findet sich z.B. in Neumann (1995, Kap. XIV), oder in Obstfeld und Rogoff (1996, chapter 4.2.1).

### **Literatur**

Dixit, A.K., Norman, V., Theory of International Trade, Cambridge University Press 1980

Heckscher, E.F., The Effect of Foreign Trade on the Distribution of Income, in: H.S. Ellis, L.A. Metzler (eds), Readings in the Theory of International Trade, Philadelphia und Toronto, 1949, 272-300, ursprünglich erschienen (in schwedisch) in "Ekonomisk Tidskrift", 1919, 1-32

Neumann, M., Theoretische Volkswirtschaftslehre II, 4. Auflage, Vahlen 1995

Obstfeld, M., Rogoff, K., Foundations of International Macroeconomics, MIT Press 1996

Ohlin, B., Interregional and International Trade, Cambridge, Mass., 1933, ursprünglich: Handelsteori, Stockholm 1924

---

### **Zur Übung und Diskussion**

#### **Zur Diskussion**

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen. Erfäßt es wesentliche Bestimmungsgründe des realen Außenhandels?

#### **Aufgabe 1**

Erläutern Sie, wie es zu einem internationalen Preisausgleich von Gütern kommen kann, auch wenn diese international nicht mobil sind bzw. nicht gehandelt werden

### **Aufgabe 2**

Betrachten Sie ein Zweiländermodell mit einem Gut, das international gehandelt wird. Arbeit ist international nicht mobil, Kapital mobil.

Welche Konsequenzen ergeben sich, wenn in einem der beiden Länder der Lohnsatz über dem

Wettbewerbsgleichgewicht liegt?

**Variation 6:**  
**Modelle zur Analyse von Skalenerträgen**  
**und monopolistischer Konkurrenz**

**Skalenerträge**

Man betrachte einen Produktionssektor  $i$  ( $i=1,2,\dots,z$ ), in dem mit Arbeit und Kapital ein Gut  $i$  hergestellt wird. Die Produktionsfunktion sei

$$X_i = F(N_i - M, K_i) = (N_i - M)f(k_i), \quad k_i := K_i / (N_i - M).$$

Hierbei ist  $N_i$  die Zahl der Beschäftigten.  $M$  ist ein fester Bedarf an Arbeitskräften, der unabhängig von der Höhe der Produktion erforderlich ist (z.B. für das Management) und deshalb feste Kosten verursacht.

Würden die Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital wie unter Wettbewerbsbedingungen gemäß ihren Grenzproduktivitäten entlohnt werden, so wäre  $wN_i + rK_i = (f - k_i f')N_i + f'K_i = fN_i > f(N_i - M)$ . Arbeits- und Kapitaleinkommen wären höher als der Wert der Produktion, so daß die festen Kosten nicht gedeckt werden könnten. Infolgedessen kann eine rentable Produktion nur erfolgen, wenn die Entlohnung der Produktionsfaktoren niedriger ist als die entsprechenden Grenzproduktivitäten. So kann für einen Faktor  $c < 1$  z.B. gelten

$$r = cf'(k) \quad w = c(f - kf') \quad (\text{mit } w/r = f/f' - k).$$

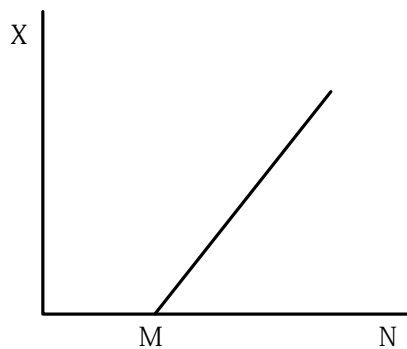
Der Einfachheit halber wird angenommen, daß der Zinssatz gegeben ist,  $r = r^0$ . Dann ist wegen der angegebenen Bedingung  $r^0 = cf'(k_i^0)$ . Dadurch ist die Kapitalintensität  $k_i = k^0$  bestimmt, und damit auch  $f(k_i) = f(k^0) =: f^0$ .

In jedem Sektor sei die Güternachfrage gleich hoch. Dann ist  $X_i = X$  und  $N_i = N = N^0/z$ .

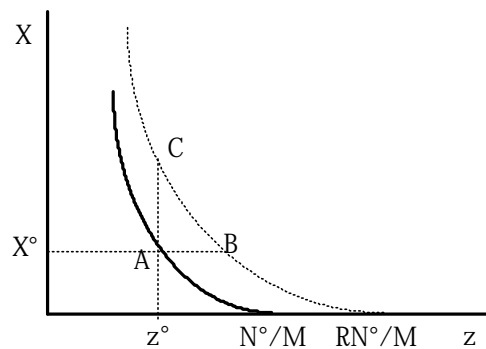
Infolgedessen gilt

$$X = (N - M)f^0 \quad \text{bzw.} \quad X = (N^0/z - M)f^0.$$

Die Figuren 6.1 und 6.2 illustrieren die Zusammenhänge zwischen der Produktionshöhe  $X$  und der Faktorausstattung  $N$  bzw.  $N^0/z$ .



FIGUR 6.1



FIGUR 6.2

Figur 6.1 zeigt die Produktionsfunktion in Abhängigkeit von der Höhe der Beschäftigung. Man erkennt die steigenden Skalenerträge daran, daß die Arbeitsproduktivität  $X/N$  mit steigender Beschäftigung  $N$  zunimmt.

Figur 6.2 zeigt, wie die Produktionsmenge eines Gutes mit steigender Zahl der Güter abnimmt. Bei  $z=z^\circ$  beträgt die Produktionsmenge eines Gutes  $X^\circ$ . Mit steigenden Fixkosten  $M$  würde sich die Kurve nach links verschieben, d.h. bei gegebener Güterzahl würde die Produktionshöhe fallen.

### Große Wirtschaftsräume

Angenommen, es gibt  $R$  unabhängige Regionen, von denen jede mit dem Faktorangebot  $N^\circ$  ausgestattet ist. Jede Region produziert die gleichen  $z^\circ$  Güter, von jedem Gut die Menge  $X^\circ = (N^\circ/z^\circ - M)f^\circ$ .

Nun schließen sich die  $R$  Regionen zu einem Wirtschaftsraum zusammen. Das gesamte Faktorangebot steigt dann auf  $RN^\circ$ . Somit kann von einem Gut jetzt in Abhängigkeit von der Zahl der Varianten die Menge  $X = f^\circ(RN^\circ/z - M)$  hergestellt werden. In Figur 6.2 verschiebt sich die Kurve nach rechts. Es wird jetzt möglich, bei gleicher Zahl von Gütern (z.B.  $z^\circ$ ) die Produktionsmenge jedes Gutes zu erhöhen (von A auf C) oder bei gleicher Produktionsmenge (z.B.  $X^\circ$ ) die Zahl der Güter zu erhöhen (von A auf B). In Abhängigkeit von der Zahl der Güter kann dann jede Region über die Menge  $X/R = f^\circ(N^\circ/z - M/R)$  verfügen. Der Zusammenschluß verringert die Belastung durch die fixen Kosten.

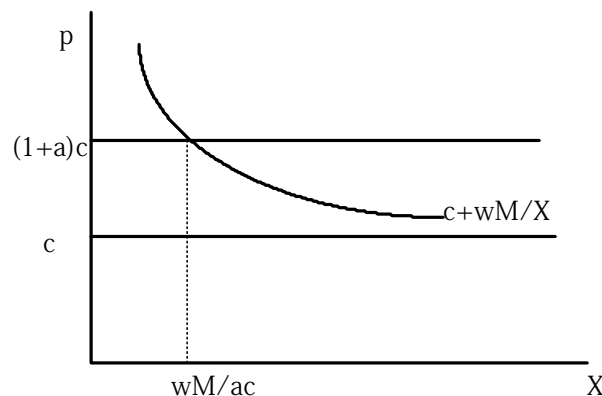
### Natürliches Monopol

Steigende Skalenerträge sind ein Kennzeichen eines natürlichen Monopols. Man kann infolgedessen davon ausgehen, daß jedes Gut von einer monopolistischen Unternehmung produziert und angeboten wird. Diese setzt den Preis  $p$  durch einen Aufschlag auf die Grenzkosten fest, der mindestens die fixen Kosten deckt.

Beim Lohnsatz  $w$  und Zinssatz  $r$  sind die Kosten einer Unternehmung  $wN+rK$ . Wegen  $w=c(f-kf')$ ,  $r=cf'$  und  $K=k(N-M)$  ist dieser Ausdruck gleich  $c(fN-kf'M)$ . Mit  $X=f(N-M)$  folgt daraus die Kostenfunktion  $cX+wM$ . Dabei sind  $c$  die durchschnittlichen variablen Kosten bzw. die Grenzkosten und  $wM$  die fixen Kosten. Dann ist der Gewinn  $\pi$ :

$$\pi = (p-c)X - wM.$$

Bezeichnet man den Aufschlag auf die Grenzkosten mit  $a$ , so ist  $p=(1+a)c$ , und der Gewinn beträgt  $\pi = acX - wM$ . Wenn  $X > wM/ac$  ist, ist der Gewinn positiv. Die Figur 6.3 illustriert das Ergebnis.



FIGUR 6.3

Wählt man  $p$  als Numéraire, also  $p \equiv 1$ , so ist  $(1+a)c \equiv 1$ , d.h. der Aufschlagssatz hat den Wert  $a \equiv (1-c)/c$ .

### Monopolistische Konkurrenz

Man stelle sich nun vor, daß es  $z^\circ$  solcher natürlicher Monopole gibt. Jedes produziert ein Gut in der Menge  $X=f^\circ(N^\circ/z^\circ-M)$ , verkauft dieses zum Preis  $p=(1+a)c$  und hat dabei den Gewinn  $acX-wM$ .

Bei positiven Gewinnen besteht ein Anreiz mit weiteren (neuen) Unternehmungen in den Markt einzutreten. Da man die schon vorhandenen Güter nicht kostengünstiger produzieren kann als



die etablierten Monopole ("incumbents"), werden neue Unternehmungen versuchen, Nachfrage durch neue Produkte auf sich zu ziehen. Das kann gelingen, wenn die Nachfrager eine gewisse Präferenz für neue Güter haben. Unternehmungen, die diese Chance ergreifen, können mit der Nachfrage auch die notwendigen Produktionsfaktoren abwerben. Auf diese Weise steigt die Zahl der produzierten und nachgefragten Güter. Wenn die Nachfrager z.B. weiterhin von allen Gütern gleich viel nachfragen, dann wird  $z$ , die Zahl der Güter und Unternehmungen (Sektoren) entsprechend zunehmen. Jede Unternehmung wird dann weniger Produktionsfaktoren zur Verfügung haben, weil  $N=N^0/z$  abnimmt. Infolgedessen wird von jedem Gut weniger produziert,  $X=f^0(N^0/z-M)$ . Damit fällt auch der Gewinn  $\pi=acX-wM$ . Ein Gleichgewicht bei monopolistischer Konkurrenz ist erreicht, wenn kein Gewinn mehr erzielt werden kann, d.h.  $\pi^*=0$  ist. Dann ist

$$X^*=wM/ac \quad N^*=M+X^*/f^0 \quad z^*=N^0/N^* .$$

Eine komparative Analyse ergibt die folgenden Zusammenhänge:

- Wenn die fixen Kosten  $M$  zunehmen, wird von jedem Gut mehr produziert ( $X^*$  und  $N^*$  steigen), aber die Zahl der Produkte  $z^*$  sinkt.
- Bei höheren Grenzkosten  $c$  wird von jedem Gut weniger produziert ( $X^*$  und  $N^*$  sinken), aber die Zahl der Produkte  $z^*$  steigt.
- Bei höherer Faktorausstattung  $N^0$  wird von jedem Gut die gleiche Menge produziert ( $X^*$  und  $N^*$  bleiben gleich), aber die Zahl der Güter  $z^*$  steigt.
- Wenn sich  $R$  Regionen zusammenschließen, bleiben  $X^*$  und  $N^*$  konstant. Aber jede Region kann sich auf  $z^*$  eigene Güter spezialisieren, so daß die Zahl der Güter auf  $Rz^*$  steigt.

## Der Monopolpreis

In der obigen Analyse ist die Nachfrage nach den  $z$  Gütern nicht explizit angegeben worden. Es wurde vorausgesetzt, daß alle Güter in der gleichen Menge nachgefragt werden, und daß die Preiselastizität der Nachfrage nach einem Gut konstant ist, weil sich dann der Monopolpreis durch einen konstanten Aufschlagssatz auf die Grenzkosten ergibt. Diese Eigenschaften der Nachfrage erhält man bei der folgenden CES-Nutzenfunktion:

$$U = \varphi(z) \{ \sum_i X_i^\rho \}^{1/\rho} , \text{ mit } \sigma = (1-\rho)^{-1} \text{ als Substitutionselastizität.}$$

Maximierung dieser Nutzenfunktion unter der Nebenbedingung  $\sum_i p_i X_i = E$  (Einkommen) ergibt die Nachfragefunktion

$$x_i = (p_i/P)^{-\sigma} E / z P \quad \text{mit} \quad P^{1-\sigma} := \sum_i p_i^{1-\sigma} / z .$$

Man erkennt daran, daß  $\sigma$  auch die Preiselastizität der Nachfrage ist.

Ein monopolistischer Anbieter, der dieser Nachfrage gegenübersteht, wird seinen Preis durch einen Aufschlag  $a = (\sigma - 1)^{-1}$  auf die Grenzkosten bilden.

Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß er damit rechnet, durch seinen eigenen Preis den Preisindex  $P$  nicht nennenswert zu beeinflussen. Das ist der Fall, wenn  $z$  sehr groß ist. Dies ist die notwendige Voraussetzung für monopolistische Konkurrenz - andernfalls hätte man oligopolistische Konkurrenz. (Die Bedingung ist streng erfüllt für  $z \rightarrow \infty$  oder für ein Kontinuum von Gütern, z.B. auf dem Intervall  $[0,1]$ ).

### Zur Bedeutung der Modelle

Zahlreiche Märkte sind charakterisiert durch natürliche Monopole, die auf steigenden Skalenerträgen und damit fallenden Stückkosten beruhen. Hier gelten nicht die Gesetze des vollkommenen Wettbewerbs, die vor allem bei homogenen Produkten vorherrschen. Der Wettbewerb läuft hier vielmehr über mehr oder weniger enge Substitute, und monopolistische Konkurrenz ist vielfach eine gute Beschreibung.

Mit den entsprechenden Modellen wird untersucht, welche Bedeutung zunehmende Skalenerträge, also "natürliche Monopole", für die Höhe der Produktion und für die Vielfalt möglicher Produkte haben. Dabei zeigt sich, daß der Grad der Spezialisierung in einer Ökonomie bei zunehmenden Skalenerträgen von der Größe der Ökonomie (der "Größe des Marktes") abhängt. Größere wirtschaftliche Regionen können zunehmende Erträge besser ausnutzen. So kann man mit zunehmenden Skalenerträgen den internationalen Handel zwischen Industriestaaten auch dann erklären, wenn sich diese nicht in Präferenzen und Faktorausstattungen unterscheiden (wie beim Heckscher-Ohlin-Theorem), weil durch Handel der Markt vergrößert wird.

Modelle mit monopolistischer Konkurrenz sind in jüngster Zeit auch vielfach benutzt worden, um neben Erklärungen des internationalen Handels auch Probleme des Wettbewerbs, des Wachstums und der Entwicklung, der Agglomeration, der Beschäftigung u.a. zu untersuchen.

Insgesamt bieten Modelle mit natürlichen Monopolen und monopolistischer Konkurrenz auf fast allen Gebieten der ökonomischen Theorie inzwischen eine wichtige Alternative und Ergänzung zu Modellen mit vollkommenem Wettbewerb.

Die Theorie der monopolistischen Konkurrenz ist zuerst entwickelt worden von Chamberlin (1933). Makroökonomische Anwendungen findet man z.B. bei Startz (1989), Blanchard und Fischer (1989) und Ball und Romer (1990). Einen guten Überblick über den heutigen Stand bietet Matsuyama (1995).

## Literatur

Ball, L., Romer, D., Real Rigidities and the Non-Neutrality of Money, "Review of Economic Studies", April 1990, 183-204

Blanchard, O., J., Fischer, S., Lectures on Macroeconomics, MIT Press 1989, Kapitel 8.1

Chamberlin, E.H., The Theory of Monopolistic Competition. A Reorientation of the Theory of Value, Cambridge, Mass. 1933

Matsuyama, K., Complementarities and Cumulative Processes in Models of Monopolistic Competition, "Journal of Economic Literature", June 1995, 701-729

Startz, R., Monopolistic Competition as a Foundation for Keynesian Macroeconomics, "Quarterly Journal of Economics", Nov. 1989, 737-752

---

## Zur Übung und Diskussion

### Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen.  
Erfasst es wesentliche Bestimmungsgründe des realen Außenhandels?

### Aufgabe 1

In "The Wealth of Nations" von A. Smith (1776) trägt das 3. Kapitel die Überschrift "That the Division of Labour is limited by the Extent of the Market".  
Erklären Sie diese Überschrift mit zunehmenden Skalenerträgen in Modellen monopolistischer Konkurrenz.

### Aufgabe 2

In den obigen Modell beruhen die fixen Kosten auf entsprechenden Aufwendungen für Beschäftigte (z.B. das Management). Wie kann man Kosten modellieren, die auf einer fixen Kapitalausstattung beruhen?  
Ermitteln Sie die Durchschnittskosten einer Unternehmung, die sowohl fixe Arbeits- als auch fixe Kapitalkosten hat.

### Aufgabe 3

Durch die Globalisierung kann mehr von den schon vorhandenen Gütern produziert werden, es können aber auch mehr neue Güter auf den Markt gebracht werden.  
Wovon hängt es ab, welcher dieser beiden Effekte stärker ist?



## Variation 7: Modelle zur Analyse des optimalen Wachstums

### Die Entwicklung des Kapitalangebots

In den bisherigen Modellen ist das Kapitalangebot als exogene Variable betrachtet worden. In Wirklichkeit verändert es sich laufend. Durch Ersparnisse wird neues Kapital gebildet, durch Abschreibungen geht bestehendes Kapital verloren. Diese Veränderungen werden im folgenden betrachtet.

Es wird angenommen, daß in jeder Periode  $t$  mit Arbeit und Kapital ein Gut (Sozialprodukt) produziert werden kann. Die Produktionsfunktion ist

$$Y_t = F(N_t, K_t) - dK_t = N_t \{ f(k_t) - dk_t \}, \quad k_t = K_t / N_t.$$

Im Unterschied zu den bisherigen Modellen werden Abschreibungen des Kapitalstocks in Höhe von  $dK$  ( $0 < d < 1$ ) unterstellt. Ferner spielt nun der Zeitindex  $t$  eine Rolle.

Das produzierte Gut kann sowohl für Konsum als auch zur Kapitalbildung (Investition) verwendet werden. Es wird in jeder Periode gemäß der folgenden Gleichung auf Konsum  $C_t$  und Investition  $K_{t+1} - K_t$  aufgeteilt:

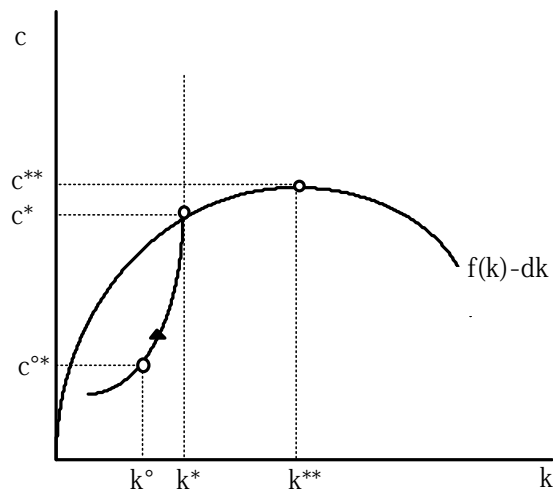
$$C_t + (K_{t+1} - K_t) = Y_t - dK_t.$$

Das Angebot an Arbeit sei konstant,  $N = N^0$ . Dann kann die eben angegebene Gleichung durch den folgenden Zusammenhang zwischen den entsprechenden Pro-Kopf Größen ausgedrückt werden:

$$k_{t+1} - k_t = f(k_t) - dk_t - c_t.$$

Dabei ist  $c_t := C_t / N^0$ .

In der Figur 7 ist die Kurve  $c = f(k) - dk$  eingetragen. Wenn der Konsum oberhalb dieser Kurve liegt, ist  $k_{t+1} - k_t < 0$ , so daß der Kapitalstock sinkt. Wenn er unterhalb der Kurve liegt, ist  $k_{t+1} - k_t > 0$ , so daß der Kapitalstock steigt. Wenn er auf der Kurve liegt, ist  $k_{t+1} - k_t = 0$ , und der Kapitalstock bleibt konstant.



FIGUR 7

### Die goldene Regel der Akkumulation

Bei konstantem Kapitalstock  $k_t = k$  würde der höchste dauerhaft mögliche Konsum erreicht, wenn die Bedingung  $f'(k^{**}) = d$  erfüllt wäre. Es müßte dafür also ein Kapitalstock pro Kopf in Höhe von  $k = k^{**}$  aufgebaut worden sein, wie er in der Figur gezeigt wird. Wenn der Kapitalstock im Ausgangspunkt  $k^o$  beträgt, müßte also der Konsum pro Kopf solange unterhalb der Kurve  $f-dk$  liegen, bis  $k^{**}$  mit dem Konsum  $c^{**}$  erreicht worden ist. Der Aufbau des Kapitalstocks würde einen entsprechenden Konsumverzicht erfordern.

### Optimale intertemporale Entscheidung

Die Bedeutung solcher Opfer wird mit Nutzenüberlegungen analysiert. Dazu nimmt man an, daß ein repräsentativer Haushalt (mit einem Individuum) eine intertemporale Nutzenfunktion  $\sum (1+\rho)^{-t} u(c_t)$  maximiert, in der  $\rho > 0$  eine Zeitdiskontrate (Zeitpräferenzrate) bezeichnet. Dabei ist die Nebenbedingung zu berücksichtigen, daß der Haushalt seinen Konsum und seine Kapitalbildung (Ersparnis) aus seinen Zins- und Lohneinkommen finanziert. Man betrachtet also

$$\max \sum (1+\rho)^{-t} u(c_t) \quad \text{N.B. } c_t + k_{t+1} - k_t = r_t k_t + w_t .$$

Daraus ergibt sich die Optimalitätsbedingung

$$u'(c_{t-1})/u'(c_t) = (1+r_t)/(1+\rho) .$$

Sie zeigt, daß der Konsum steigt ( $c_t > c_{t-1}$ ), wenn der Zinssatz größer ist als die Zeitpräferenzrate ( $r_t > \rho$ ), daß er fällt ( $c_t < c_{t-1}$ ), wenn der Zinssatz kleiner ist als die Zeitpräferenzrate ( $r_t < \rho$ ), und daß er gleich bleibt ( $c_t = c_{t-1}$ ), wenn der Zinssatz ebenso hoch ist wie die Zeitpräferenzrate ( $r_t = \rho$ ). Der jeweilige Konsum determiniert über die Budgetrestriktion die Höhe der Kapitalbildung (Ersparnis). Entscheidende Größen für Konsum und Kapitalbildung sind damit die Preise der Produktionsfaktoren, nämlich der Zinssatz  $r$  und der Lohnsatz  $w$ .

### Die Faktormärkte bei Wettbewerb

Unter Wettbewerbsbedingungen werden die Produktionsfaktoren in jeder Periode mit ihren Grenzproduktivitäten entlohnt. Es gilt also für jede Periode  $t$ :

$$r = f'(k) - d \quad w = f(k) - kf'(k).$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt die Kreislaufbedingung

$$w + rk = f(k) - dk.$$

Das Einkommen eines Haushalts entspricht dem Wert der Nettoproduktion pro Kopf. Die Kurve  $f(k) - dk$  in Figur 7 kann also auch durch das Einkommen  $w + rk$  ausgedrückt werden.

### Optimales Wachstum

Bei der geschilderten optimalen intertemporalen Entscheidung wächst der Konsum, wenn der Zinssatz höher ist als die Zeitpräferenzrate. Bei Wettbewerb auf dem Kapitalmarkt wird die Differenz zwischen Zinssatz und Zeitdiskontrate gegeben durch

$$r - \rho = f'(k) - (d + \rho).$$

Es gibt eine Kapitalausstattung  $k^*$ , für die  $f'(k^*) = d + \rho$  ist. Bei dieser Kapitalausstattung, die in Figur 7 eingetragen ist, bleibt der jeweils gewählte Konsum konstant. Umgekehrt gibt es bei  $k = k^*$  einen Konsum  $c^* = f(k^*) - dk^*$ , bei dem  $k^*$  konstant bleibt. Die Lösung  $(k^*, c^*)$

beschreibt somit einen stationären Zustand der Wirtschaft, in dem sich Kapitalausstattung und Konsum nicht mehr ändern. Man bezeichnet diesen Zustand als "steady state". Unter bestimmten Voraussetzungen tendiert die Wirtschaft langfristig gegen diesen Zustand.

Man stelle sich z.B. vor, daß der Kapitalstock im Ausgangspunkt kleiner ist als  $k^*$ , z.B.  $k^0 < k^*$ . Dann ist  $f'(k^0) > f'(k^*)$ , d.h. der Zinssatz ist im Ausgangspunkt höher als im steady state. Infolgedessen wollen die Haushalte ihren Konsum erhöhen. Dann können sie im Ausgangspunkt ein optimales Konsumniveau  $c^{0*} < f(k^0) - dk^0$  so wählen, daß sie gleichzeitig Kapital bilden und im Laufe der Zeit den Kapitalstock  $k^*$  aufbauen, bei dem sie dann den permanenten Konsum  $c^*$  erhalten.

Wegen  $f'(k^*) = d + \rho > d = f'(k^{**})$  ist der schließlich erreichte Kapitalstock  $k^*$  niedriger als  $k^{**}$ , dem Kapitalstock bei der goldenen Regel. Das liegt daran, daß der Haushalt bei einer positiven Zeitpräferenz ( $\rho > 0$ ) nicht zu den Konsumopfern bereit ist, die für den Aufbau von  $k^{**}$  erforderlich wären.

### **Zur Bedeutung des Modells**

Es handelt sich um das Grundmodell der Theorie des wirtschaftlichen Wachstums. Mit diesem Modell wird wirtschaftliches Wachstum über die Kapitalbildung erklärt. Es dient auch als Grundmodell für wichtige Fragen der Umweltökonomie, in denen mit der Variablen  $K$  die Entwicklung und der Verbrauch von natürlichen Ressourcen untersucht wird. Ferner wird es verwendet bei einzelwirtschaftlichen Investitions- und Vermögensrechnung in Unternehmungen und beim Staat. Allgemein kann man sagen, daß es die Grundlage für intertemporale Analysen in allen Bereichen der Wirtschaftswissenschaft bildet.

Die Theorie des optimalen Wachstums geht zurück auf Ramsey (1928). Ein Meilenstein in der Entwicklung der Wachstumstheorie unter Berücksichtigung der Faktormärkte bei Wettbewerb ist Solow (1956). Die goldene Regel der Akkumulation wird als originelle Fabel präsentiert in Phelps (1961). Für Ergänzungen und Vertiefungen kann man neuere Lehrbücher zu Rate ziehen, wie z.B. Romer (1996, chapter 2, part A), Blanchard und Fischer (1989, chapter 2), Heubes (1991, S. 165 ff) oder Frenkel und Hemmer (1999, 4. Kapitel).

### **Literatur**

Blanchard, O.J., Fischer, S., Lectures on Macroeconomics, MIT Press 1989

Frenkel, M., Hemmer, H.-R., Grundlagen der Wachstumstheorie, Vahlen 1999



Heubes, J., Konjunktur und Wachstum, Vahlen 1991

Phelps, E., The Golden Rule of Accumulation. A Fable for Growthmen, "American Economic Review", 51, 1961, S. 638-643

Ramsey, R.S., A Mathematical Theory of Saving, "Economic Journal", 38, 1928, S. 543-559

Romer, D., Advanced Macroeconomics, McGrawHill 1996

Solow, R.M., A Contribution to the Theory of Economic Growth, "Quarterly Journal of Economics", 70, 1956, S. 65-94

---

## Zur Übung und Diskussion

### Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen.  
Erfäßt es wesentliche Bestimmungsgründe für wirtschaftliches und nachhaltiges Wachstum?

### Aufgabe 1

Es wird behauptet, daß der Zinssatz langfristig durch die Zeitpräferenz der Konsumenten bestimmt wird.  
Wie kann man das erklären?

### Aufgabe 2

Der Holzbestand  $H$  eines Waldes wächst mit der Rate  $g > 0$ , wenn kein Holz entnommen wird. Es wird aber in jeder Periode tatsächlich Holz in Höhe von  $h$  verbraucht, wodurch Nutzen in Höhe von  $u(h)$  entsteht.

- Wie kann man den optimalen Holzverbrauch pro Periode bestimmen?
- Welchen Einfluß hat die Länge des Planungszeitraums auf die Lösung?
- Könnte es optimal sein, den Bestand konstant zu halten?

### Aufgabe 3

Was ändert sich in dem diskutierten Wachstumsmodell, wenn die Produktionsfunktion  $F(T_t N_t, K_t)$  lautet und der Parameter  $T_t$  im Zeitablauf steigt?

### Variation 8:

## Modelle zur Analyse von Kapitalbildung und Altersversorgung

### Produktion und Wettbewerb

In jeder Periode wird mit Arbeit und Kapital ein Gut produziert, das sowohl konsumiert als auch für die Kapitalbildung verwendet werden kann. Die Produktionsfunktion ist

$$Y_t = F(T_t N_t, K_t) = T_t N_t f(x_t), \quad x_t := K_t / T_t N_t.$$

$T$  ist ein Parameter, der die Produktivität der Arbeit bestimmt.

In jeder Periode ist das Arbeitsangebot  $N = N_0$ .

Der Produktivitätsparameter  $T$  steigt aufgrund technischen Fortschritts mit der Rate  $g$ :

$$T_t = (1+g)T_{t-1}.$$

In jeder Periode herrscht Wettbewerb auf allen Märkten. Arbeit und Kapital werden mit ihren Grenzproduktivitäten entlohnt:

$$r_t = f'(x_t), \quad w_t = T_t [f(x_t) - x_t f'(x_t)].$$

### Überlappende Generationen

In jeder Periode leben zwei Generationen, eine alte Generation mit  $N^o$  Individuen und eine junge Generation mit ebenfalls  $N^o$  Individuen (stationäre Bevölkerung). Die junge Generation arbeitet und bezieht dafür Lohnesinkommen. Ein Teil dieses Einkommen wird gespart und für Kapitalbildung verwendet. Die alte Generation lebt von diesen Ersparnissen und den anfallenden Zinsen, eventuell auch von laufenden Übertragungen von der jungen Generation. Ein Individuum der jungen Generation, das zwei Perioden lebt, in der ersten Periode ein Lohnesinkommen in Höhe von  $w$  hat und in der zweiten Periode von seinen Ersparnissen leben muß, hat folgende Budgetgleichungen:

$$c_t^1 + k_{t+1} = w_t, \quad c_{t+1}^2 = (1+r_{t+1})k_{t+1},$$

bzw.  $c_t^1 + (1+r_{t+1})^{-1} c_{t+1}^2 = w_t.$

Hierbei ist  $c_t^1$  der Konsum der Individuums in der Periode  $t$ , wenn es jung ist, und  $c_{t+1}^2$  der Konsum eine Periode später im Alter.  $k_{t+1}$  ist die Ersparnis, die sich mit dem Zinssatz  $r_{t+1}$  verzinst. Aus intertemporaler Nutzenmaximierung ergeben sich die Konsumausgaben und die

Ersparnis in Abhängigkeit von  $w_t$  und  $r_{t+1}$ . Bei der Nutzenfunktion  $u(c_t) + (1+\rho)^{-1} u(c_{t+1})$  lautet die Optimalitätsbedingung

$$u'(c_t) / (u'(c_{t+1})) = (1+r_{t+1}) / (1+\rho).$$

Je nach Nutzenfunktion kann die Lösung recht komplex ausfallen. Bei der Nutzenfunktion  $u(c) = \ln c$  erhält man die einfache Sparfunktion  $k_{t+1} = sw_t$  mit einer konstanten Sparquote  $s := (2+\rho)^{-1}$ .

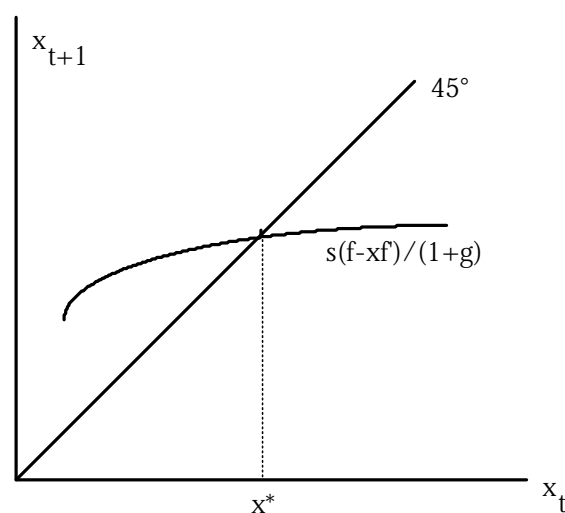
### Gesamtwirtschaftliche Kapitalbildung

Das in der Periode  $t+1$  insgesamt für die Produktion verfügbare Kapital  $K_{t+1}$  ist aus den Ersparnissen entstanden, die in der Vorperiode von den  $N$  Jungen aufgebracht worden sind, d.h. es ist  $K_{t+1} = N^o k_{t+1}$ . Bei der eben angegebenen einfachen Sparfunktion ist also

$$K_{t+1} / N^o = sw_t,$$

$$\text{bzw. } (1+g)x_{t+1} = sw_t / T_t = s[f(x_t) - x_t f'(x_t)].$$

Da  $w/T$  mit  $x$  steigt, gilt das auch für  $x_{t+1}$ . Die Figur 8 illustriert diesen Zusammenhang.



FIGUR 8

Sie zeigt, daß es ein Gleichgewicht mit konstantem  $x_t = x^*$  gibt. In diesem Gleichgewicht (steady state) wächst der Kapitalstock mit der gleichen Rate wie  $T$ , nämlich mit  $(1+g)$ . Die

Zeichnung illustriert ein stabiles Gleichgewicht. Für  $x < x^*$  ist  $x_{t+1} > x_t$ , so daß  $x$  zunimmt. Für  $x > x^*$  ist  $x_{t+1} < x_t$ , so daß  $x$  abnimmt. Auf diese Weise tendiert  $x$  gegen den steady state  $x^*$ .

### Optimalität (dynamische Effizienz)

Der in jeder Periode mögliche Konsum ist

$$C_t = Y_t - (K_{t+1} - K_t) = N^o T_t \{ f(x_t) - (1+g)x_{t+1} + x_t \} .$$

Wenn soviel Kapital aufgebaut worden ist, daß der Kapitalstock mit der gleichen Rate wächst wie der technische Fortschritt, dann ist  $x_t = x$  und somit

$$C_t = N^o T_t [f(x) - gx] .$$

Der dauerhaft mögliche maximale Konsum wird bei einem Wert von  $x$  erreicht, für den gilt:

$$f'(x^{**}) = r^{**} = g .$$

Dies ist hier die goldene Regel der Akkumulation. Sie besagt, daß soviel Kapital aufgebaut werden soll, daß der Zinssatz gleich der Wachstumsrate ist. (Achtung: Hätte man auch hier Abschreibungen in Höhe von  $dK$  unterstellt, so hätte man als Ergebnis  $r^{**} = f'(x^{**}) - d = g$ ). Die private Kapitalbildung wird aber im allgemeinen zu einer Gleichgewichtslösung  $x^*$  führen, bei der die goldene Regel nicht erfüllt ist, sondern  $r^* = f'(x^*) \neq g$  ist. So wäre z.B. bei  $x^* > x^{**}$  der Zinssatz niedriger als die Wachstumsrate,  $r^* = f'(x^*) < g$ . Im Vergleich zur goldenen Regel wäre dann der Kapitalstock zu hoch. Die Kapitalbildung wäre nicht optimal, denn es wäre möglich, bei geringeren Ersparnissen der jungen Generation den Konsum beider Generationen zu erhöhen. In diesem Sinne spricht man von dynamischer Ineffizienz. Da diese auf den Regeln privater Kapitalbildung beruht, könnte sie nur durch eine soziale Vereinbarung (Sozialversicherung) beseitigt werden.

### Sozialversicherung

In einem System der sozialen Alterssicherung transferiert z.B. jedes junge Individuum einen Betrag  $bw_t$  an die alte Generation und erhält dafür im Alter  $bw_{t+1}$ . Die Budgetgleichungen eines Jungen sind dann

$$c_t^1 + k_{t+1} = (1-b)w_t \quad c_{t+1}^2 = (1+r_{t+1})k_{t+1} + bw_{t+1},$$

$$\text{bzw. } c_t^1 + (1+r_{t+1})^{-1} c_{t+1}^2 = (1-b)w_t + (1+r_{t+1})^{-1} w_{t+1}.$$

Im steady state ist  $w_{t+1} = (1+g)w_t$ . Dann ist der Gegenwartswert des Einkommens in der Periode t:

$$(1-b)w_t + (1+r_{t+1})^{-1} w_{t+1} = w_t [1 + (1+r)^{-1} b(g-r)].$$

Daran erkennt man, daß diese Art der Sozialversicherung aus der individuellen Perspektive nur sinnvoll ist für  $g > r$ , weil sie nur dann den Gegenwartswert des Einkommens erhöht.

Wenn dies der Fall ist, dann können die Individuen mit Sozialversicherung ihren Konsum in beiden Perioden erhöhen, und sie werden das auch tun (vorausgesetzt, der Konsum ist ein normales Gut). Das bedeutet, daß sie weniger Kapital bilden als ohne Sozialversicherung; denn es ist

$$k_{t+1} = (1-b)w_t - c_t^1.$$

Dann ist der Kapitalbestand im steady state niedriger als ohne Sozialversicherung,  $k^* < k^\circ$ . Infolgedessen ist der Zinssatz mit Sozialversicherung höher,  $r^* = f'(k^*) > r^\circ = f'(k^\circ)$ . Wenn gleichzeitig die Wachstumsrate höher wäre als der Zinssatz ohne Sozialversicherung,  $g > r^\circ$ , dann wäre der Kapitalbestand höher als bei der goldenen Regel, und dann könnte man sich durch eine Sozialversicherung der goldenen Regel annähern.

### Zur Bedeutung des Modells

Mit Generationenmodellen dieser Art wird die Kapital- bzw. Vermögensbildung über Generationen hinweg untersucht. Allgemein werden Modelle dieser Art verwendet, um die Auswirkungen von staatlichen Aktivitäten, insbesondere von Steuern und Staatsschuld, auf jetzige und kommende Generationen zu untersuchen. Besonders wichtig sind sie als Grundlage für die Analyse der Altersversorgung in einer Gesellschaft, bei der die Vor- und Nachteile eines Kapitaldeckungsverfahrens und eines Umlageverfahrens verglichen werden. In der Praxis werden auch Modelle mit mehreren gleichzeitig lebenden Generationen verwendet, z.B. als Grundlage für das "generational accounting" (vgl. Auerbach u.a. 1994).

Modelle mit überlappenden Generationen sind zuerst entwickelt worden von Samuelson (1958, ohne Produktion) und von Diamond (1965, mit Produktion). Einige Autoren haben versucht, die ganze Makroökonomie auf diesem Modelltyp aufzubauen (siehe Auerbach und Kotlikoff 1995), aber das hat sich nicht durchgesetzt. Vielfach werden die Modelle in Lehrbüchern der Makroökonomie oder der Wachstumstheorie dargestellt, z.B. in Blanchard und Fischer (1989, chapter 3), Romer (1996, chapter 2, part B) oder Meyer u.a. (1998, 10.2).

## Literatur

- Auerbach, A.J., Gokhale, J., Kotlikoff, L.J., General Accounting: A Meaningful Way to Evaluate Fiscal Policy, "Journal of Economic Perspectives", 8, 1994, 73-94  
Auerbach, A.J. and Kotlikoff, L.J. (1995), Macroeconomics. An Integrated Approach  
Blanchard, O.J., Fischer, S., Lectures on Macroeconomics, MIT Press 1989  
Diamond, P., National Debt in a Neoclassical Growth Model, "American Economic Review", 55 (1965), 1126-1150  
Meyer, Müller-Siebers, Ströbele, Wachstumstheorie, 2. Aufl. 1998  
Romer, D., Advanced Macroeconomics, McGraw Hill 1996  
Samuelson, P.A., An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money, "Journal of Political Economy", 66, 1958, 467-482
- 

## Zur Übung und Diskussion

### Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen. Leistet es einen Beitrag zur Diskussion des Rentenproblems?

### Aufgabe 1

Überlegen Sie bitte, wie sich das Modell ändert, wenn die Bevölkerung von Periode zu Periode mit der Rate  $n$  wächst.

### Aufgabe 2

Im Text ist ausgeführt worden, daß eine umlagefinanzierte Sozialversicherung mit einem Beitrag  $b_w$ ,  $b > 0$ , die Kapitalbildung im Vergleich zu  $b=0$  verringert, wenn der Zinssatz niedriger ist als die Wachstumsrate,  $r < g$ . Überlegen Sie, ob dies auch bei  $r > g$  gilt.

### Aufgabe 3

Warum ist es sinnvoll, auch für das Problem der Staatsverschuldung ein Modell mit überlappenden Generationen zu wählen? Wie könnte ein solches Modell aussehen?

## Variation 9: Modelle zur Analyse des endogenen Wachstums

### Technischer Fortschritt bei Endprodukten durch Forschung und Entwicklung

In einem Endproduktsektor wird unter Wettbewerbsbedingungen ein Gut mit Arbeit und Zwischenprodukten produziert. Die Zwischenprodukte werden von Monopolfirmen geliefert, die über Patente für ihre Produkte verfügen. Es sind Patente auf Erfindungen, die von Forschern in einem FuE-Sektor gemacht worden sind. Jede neue Erfindung ermöglicht ein neues Zwischenprodukt, das die Produktivität des Endproduktsektors erhöht.

Im Endproduktsektor wird mit dem Arbeitseinsatz  $N_1$  und mit  $T$  Zwischenprodukten ein Produkt hergestellt, das sowohl als Konsum- als auch als Kapitalgut verwendet werden kann. Die Produktionsfunktion einer repräsentativen Unternehmung ist

$$Y = F(TN_1, TX) = TN_1 f(x), \quad x := X/N_1.$$

Hierbei ist  $X$  die Menge eines Zwischenprodukts.

Technischer Fortschritt wird durch den Einsatz neuer Zwischenprodukte durchgesetzt, die  $T$  erhöhen. Diese neuen Produkte beruhen auf Forschung und Entwicklung in einem FuE-Sektor, in dem  $N_2$  Arbeitskräfte (Forscher) beschäftigt sind. Es wird angenommen, daß die Zahl neuer Zwischenprodukte mit der Anzahl der beschäftigten Forscher steigt. Eine besonders einfache Hypothese ist

$$\Delta T = \theta TN_2, \quad \theta > 0.$$

Der technische Fortschritt wird dann durch die Wachstumsrate  $\Delta T/T = \theta N_2$  ausgedrückt. Er ist der Anzahl der Forscher proportional.

### Der Arbeitsmarkt

Es wird angenommen, daß es  $N^\circ$  Arbeitsanbieter gibt, die sowohl in der Produktion als auch in der Forschung eingesetzt werden können. Dann gibt es einen Arbeitsmarkt mit diesem Angebot  $N^\circ$ . Nachgefragt werden Arbeitskräfte vom Produktionssektor und vom FuE-Sektor. Unter Wettbewerbsbedingungen wird die Nachfrage des Produktionssektors gegeben durch

$$w/T = f(x) - x f'(x) .$$

Wenn der FuE-Sektor seine neuen Produktideen zum Preis  $P$  verkaufen kann, ist sein Gewinn  $P\Delta T - wN_2 = (P\theta T - w)N_2$ . Unter Wettbewerbsbedingungen ist dieser Gewinn Null, weil der Reallohn durch die Konkurrenz so steigt, daß  $w/T = \theta P$  ist. Damit folgt

$$\theta P = f(x) - x f'(x) .$$

Dies wirft die Frage auf, wie der Preis  $P$  für Erfindungen bestimmt wird, den die Produzenten neuer Zwischenprodukte zu zahlen bereit sind.

### Der Markt für Zwischenprodukte

Jedes Zwischenprodukt wird in einer eigenen Firma hergestellt. Zur Herstellung des Produkts verfügt die Firma über ein Patent, das sie zum Preis  $P$  vom FuE-Sektor erworben hat. Dadurch hat sie auf dem Markt für ihr Produkt ein Monopol.

In jeder Firma kann eine Einheit des Zwischenprodukts mit einer Einheit eines Kapitalgutes (einem Roboter) hergestellt werden, d.h. die Produktionsfunktion ist

$$X = k ,$$

wobei  $k$  die Menge des Kapitalgutes bezeichnet. Der Preis des Kapitals ist der Zinssatz  $r$ .

Wenn die Firma ihr Produkt zum Preis  $p$  verkaufen kann, ist ihr Gewinn

$$\pi = (p-r)X .$$

Bei der Festsetzung des Monopolpreises berücksichtigt die Firma die Nachfrage nach ihrem Produkt aus dem Endproduktsektor. Diese ergibt sich aus der Maximierung des Gewinns  $Y - wN_1 - pTX$ . Unter Wettbewerbsbedingungen folgt daraus

$$p = f'(x) .$$

Maximierung von  $\pi$  unter der Nebenbedingung  $p=f'(x)$  und  $X=xN_1$  ergibt:

$$r = x f'' + f' .$$

Damit hat der Monopolgewinn die Höhe

$$\pi = -x^2 f'' N_1 > 0 .$$

Dieser Gewinn ist erforderlich, um die Ausgaben für das Patent zu finanzieren. Würde auf dem Markt für die Zwischenprodukte vollkommener Wettbewerb herrschen, so könnten keine neuen Produkte durchgesetzt werden.



## Der Markt für Erfindungen (Patente)

Der FuE-Sektor bietet Erfindungen zum Preis  $P$  an. Nachfrager konkurrieren um diese Erfindungen bzw. die entsprechenden Patente. Bei freiem Wettbewerb wird der Preis für ein Patent auf den Gegenwartswert der mit dem Patent möglichen zukünftigen Gewinne hochgetrieben. Der Periodengewinn aus einem Patent ist  $\pi$ . Wenn man damit rechnen kann, daß dieser Gewinn permanent anfällt und der Zinssatz  $r$  konstant ist, dann beträgt der Gegenwartswert der Gewinne  $\pi/r$ . Unter Wettbewerbsbedingungen ist dann

$$P = \pi/r = [f'(x) - x f''(x)]^{-1} (-x^2 f''(x)) N_1 =: \varphi(x) N_1.$$

Die Konstanz von  $\pi$  und  $r$  ist gewährleistet in einem steady state, auf den weiter unten eingegangen wird.

## Gleichgewicht auf dem Arbeits- und Kapitalmarkt

Mit dem Ergebnis  $P = \varphi(x) N_1$  zeigt sich, daß Wettbewerb auf dem Arbeitsmarkt zu folgendem Gleichgewicht führt:

$$\theta P = \theta \varphi(x) N_1 = f(x) - x f'(x)$$

$$\text{bzw. } N_1 = [f(x) - x f'(x)] / \theta \varphi(x) = N_1(x).$$

Bei Gleichgewicht auf dem Arbeitsmarkt gehört also zu jedem Wert von  $x$  eine bestimmte Beschäftigung  $N_1$ . Unter üblichen Bedingungen nimmt  $N_1$  mit steigendem  $x$  ab. In Figur 9.1 ist dieser Zusammenhang durch die Kurve "Arbeitsmarkt" illustriert.

Auf dem Kapitalmarkt wird in einer Periode eine bestimmte Menge  $K$  an Kapital angeboten. Die Nachfrage beträgt  $Tk = TX = TxN_1$ . Im Gleichgewicht ist

$$K = TxN_1 \quad \text{bzw.} \quad K/T = xN_1.$$

Dieser Zusammenhang wird in Figur 9.1 durch die Kurve "Kapitalmarkt" illustriert. In jeder Periode ist  $K$  und  $T$  und damit der Wert  $K/T$  gegeben. Dann folgen die Gleichgewichtswerte  $x^*$  und  $N_1^*$  dieser Periode in Abhängigkeit von  $K/T$ . Wenn  $K/T$  steigt, nimmt  $x^*$  zu und  $N_1^*$  ab.

## Wachstum

Im Zeitablauf wachsen  $K$  und  $T$  durch Ersparnisse und durch technischen Fortschritt.

Die Wachstumsrate des technischen Fortschritts ist  $g_T := \Delta T/T$  :

$$g_T = \theta (N^\circ - N_1^*) .$$

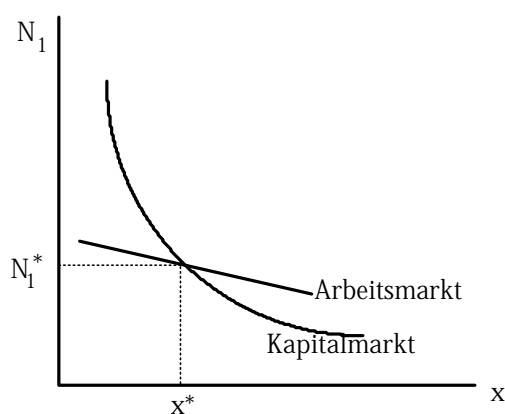
Mit steigendem  $K/T$  steigt auch die Wachstumsrate  $g_T$ , weil  $N_1^*$  abnimmt. Dieser Zusammenhang wird in Figur 9.2 durch die Kurve  $g_T$  illustriert.

$K$  wächst durch Kapitalbildung aus laufenden Ersparnissen, die über intertemporale Nutzenmaximierung erklärt werden können. Der Einfachheit halber wird unterstellt, daß ein fester Anteil  $s$  des Endprodukts gespart wird, so daß  $\Delta K = sY$  ist. Die Wachstumsrate  $g_K := \Delta K/K$  beträgt dann

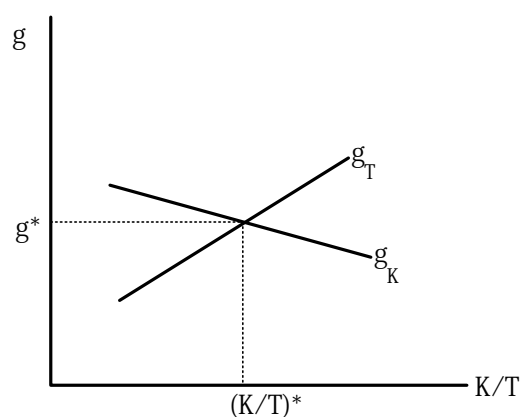
$$g_K = sf(x^*)/x^* .$$

Sie nimmt mit steigendem  $x^*$  und damit auch mit steigendem  $K/T$  ab. Dieser Zusammenhang wird in Figur 9.2 durch die Kurve  $g_K$  illustriert.

Im steady state ist  $K/T$  bei der Wachstumsrate  $g^*$  konstant, weil  $K$  und  $T$  gleichermaßen mit dieser Rate zunehmen. Eine genauere Betrachtung der Lösung zeigt, daß  $g^*$  mit steigender Sparquote  $s$ , steigendem  $\theta$  oder steigendem Arbeitsangebot  $N^\circ$  zunimmt. Bei einer Erhöhung von  $s$  verschiebt sich nämlich die  $g_K$ -Kurve, bei einer Erhöhung von  $\theta$  oder  $N^\circ$  die  $g_T$ -Kurve nach oben.



FIGUR 9.1



FIGUR 9.2

### Zur Bedeutung des Modells

Bei der Entwicklung der modernen Wachstumstheorie in den fünfziger und sechziger Jahren des 20. Jahrhunderts hat sich herausgestellt, daß das Wachstum zwar von der Kapitalbildung getragen wird, der entscheidende Wachstumsfaktor aber der technische Fortschritt ist, der die abnehmenden Erträge eines wachsenden Kapitalstocks immer wieder kompensiert.

Infolgedessen ist es von großem Interesse, die Ursachen dieses technischen Fortschritts zu verstehen. Man hat sich deshalb bemüht, Produktionsfunktionen des technischen Fortschritts zu ermitteln, die aufzeigen, wie technischer Fortschritt durch Einsatz der Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital entsteht. In dem diskutierten Modell (das auf Romer 1990 zurückgeht) ist die Produktionsfunktion  $\Delta T = \theta TN_2$ . Allgemeinere Produktionsfunktionen berücksichtigen auch den Einsatz von besonders qualifizierter Arbeit und von Kapital. Moderne Ansätze gehen ferner nicht unbedingt davon aus, daß ein höherer Einsatz von Arbeit und Kapital in einem FuE-Sektor notwendig zu einem höheren technischen Fortschritt führt. Sie behaupten nur, daß sich dadurch die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten technischen Fortschritts erhöht.

Die sogenannten "neue" oder "endogene" Wachstumstheorie der achtziger und neunziger Jahre hat sich vor allem darauf konzentriert zu erforschen, wie Forschung und Entwicklung über Märkte angeregt und durchgesetzt wird. Auch dafür bietet das obige Modell einen guten Anschauungsunterricht. Ein umfassendes Lehrbuch dieser endogenen Wachstumstheorie ist Aghion und Howitt (1998).

Ein wesentliches Ergebnis der endogenen Wachstumstheorie ist die Abhängigkeit der Wachstumsrate im steady state von der Sparquote und vom Arbeitsangebot. Wenn es zuträfe, würde es die Möglichkeit eröffnen, die langfristige Wachstumsrate wirtschaftspolitisch zu beeinflussen. Viele Ökonomen sind aber gerade im Hinblick auf dieses Ergebnis eher skeptisch. Insbesondere die Abhängigkeit von der Höhe des Arbeitsangebots wird mit empirischen Argumenten angezweifelt. Eine Einführung in diese Diskussion bieten Jones (1999) und Li (2000).

## **Literatur**

Aghion, P., Howitt, P., Endogenous Growth Theory, MIT Press 1998

Jones, C.I. (1999), Growth: With or Without Scale Effects? "American Economic Review", May 1999, 139 ff.

Li, C.-W., Endogenous vs. Semi-endogenous Growth in a Two-R&D-sector Model, "Economic Journal", March 2000, C109

Romer, P.M., Endogenous Technological Change, "Journal of Political Economy" 98 (1990), 71-102

## Zur Übung und Diskussion

### Zur Diskussion

Diskutieren Sie das Modell, seine Annahmen und seine Beschränkungen.  
Erfaßt es wesentliche Bestimmungsgründe des technischen Fortschritts?

### Aufgabe 1

Ist es richtig, daß im diskutierten Modell der Wert der Produktion im Endproduktsektor  $Y = wN_1 + pTX$ , im Zwischenproduktsektor  $pX = rX + \pi$  und im Forschungssektor  $P\Delta T = wN_2$  beträgt? Wie groß ist das Sozialprodukt?

### Aufgabe 2

Sie können das Modell besser kennenlernen, wenn Sie es mit der Produktionsfunktion  $f(x) = x^a$  durchrechnen. Zeigen Sie, daß dann die Wachstumsraten von  $K$  und  $T$  im steady state gegeben sind durch

$$g_K = s x^{a-1} \quad \text{und} \quad g_T = \theta N^\alpha x^{a-1},$$

und daß dann die Wachstumsrate im steady state die Höhe

$$g^* = \theta N^\alpha / (1 + a/s)$$

hat.

### Aufgabe 3

Ist für die Durchsetzung von technischem Fortschritt eine Beschränkung des Wettbewerbs eine notwendige Voraussetzung?

### Aufgabe 4

Gibt das diskutierte Modell Hinweise für technologiepolitische Maßnahmen?