Bachelor-Prüfung „Kapitalmarkttheorie“

6 Kreditpunkte

WS 2023/24

4.3.2024

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vorname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	$\sum$

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6 <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!**
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Lemons-Markt Betrachten Sie folgenden Gebrauchtwagenmarkt:

Bewertungen	gute	schlechte
Inhaber	€ 30.000	€ 15.000
Käufer	x	€ 17.500
Anteile	80%	20%

Die Verhandlungsmacht ist zwischen Käufern und Verkäufern gleich verteilt, d.h. der Marktpreis entspricht dem Mittelwert der Bewertungen von Käufern und Verkäufern. Zunächst sei $x =$ € 35.000.

(a) Beschreiben Sie das Marktgleichgewicht bei symmetrisch verteilter Information.

(b) Was ist der erwartete Wert eines Autos für einen Käufer, wenn alle Autos angeboten werden und asymmetrische Information herrscht?

(c) Welche Autos werden im Marktgleichgewicht mit asymmetrischer Information gehandelt? Wenn der Preis dem in Aufgabenteil (b) ermittelten Wert entspricht, welche Verkäufer profitieren dann besonders?

(d) Nun gelte nicht mehr $x =$ € 35.000. Wie hoch ist der erwartete Wert eines Autos für den Käufer bei asymmetrischer Information in Abhängigkeit von x?

(e) Berechnen Sie die Werte für x, bei denen sich ein Lemons-Gleichgewicht ergibt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Versteckte Eigenschaften und Kreditrationierung Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können $N_1 = 80$ Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 160$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{3}{4}$ liefert. $N_2 = 20$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 200$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = \frac{1}{2}$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 100$ voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten $S = 20$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 67.500i$.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne $E(\pi_j^{KN})$ für die Kapitalnehmer?

(b) Berechnen Sie die Zinssätze r_1 und r_2, bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.

(c) Berechnen Sie die Rendite $i(r_1)$ auf Kapital beim Zinssatz r_1 aus Aufgabenteil (b) und $S[i(r_1)]$. Argumentieren Sie, dass es für $r > r_1$ kein positives Kapitalangebot gibt.

(d) Skizzieren Sie das Kapitalmarktgleichgewicht in der üblichen Grafik.

(e) Wie viel Kapital wird benötigt, um alle Projekte vom Typ 1 zu finanzieren? Wie viel Kapital wird im Gleichgewicht vergeben? Bekommen alle Unternehmen aus Klasse 1 Kapital?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Aktienfinanzierung $N_1 = 1.000$ Unternehmen können das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 15$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 80\%$ liefert. $N_2 = 2.000$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 24$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 50\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Es werden Aktien gehandelt, die im Gegenzug für die Bereitstellung von $B = 10$ einen Anteil s an den Unternehmenserträgen R verbriefen. Es herrschen versteckte Eigenschaften. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 375.000i$.

(a) Wie lauten $E(\pi_j^{KN})$ und $E(\pi_j^{KG})$?

(b) Wie lauten die Renditefunktion $i(s)$, das Kapitalangebot $S[i(s)]$ und $S[i(1)]$?

(c) Berechnen Sie den markträumenden Wert für s.

(d) Illustrieren Sie den Kapitalmarkt, indem Sie das zusammengesetzte Kapitalangebot $S[i(s)]$ und die Kapitalnachfrage über s abtragen.

(e) Wie ändert sich das Gleichgewicht, wenn die Unternehmenseigenschaften nicht versteckt sind? Warum?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Langfristige Kreditbeziehungen $N = 100$ Unternehmen haben die Wahl zwischen zwei Projekten, die jeweils einen Kapitaleinsatz von $B = 8$ erfordern. Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{3}{4}$ einen Payoff von 16. Bei Misserfolg liefert es keinen Payoff. Projekt 2 bringt dem Management einen „privaten" Nutzen von $e = 30$, aber keine für den Schuldendienst einsetzbaren Erträge. Die Projekte werden ohne Sicherheiten vollständig fremdfinanziert, wobei die Kapitalgeber erst im Nachhinein die Mittelverwendung (in Projekt 1 oder 2) feststellen können. Die Diskontrate der Unternehmen für zukünftige Gewinne ist $\rho = 10\%$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 16.000i$.

(a) Berechnen Sie $E(\pi_1^{KN})$ in Abhängigkeit von r. Zeigen Sie, dass es sich bei einmaligem Investieren für keinen positiven Zinssatz r lohnt, in Projekt 1 zu investieren.

(b) Wie hoch ist die Summe der erwarteten diskontierten Gewinne aus (unbegrenzt häufigem) wiederholtem Investieren in Projekt 1 in Abhängigkeit von r?

(c) Berechnen Sie den Zins r_1, bis zu dem Projekt 1 realisiert wird.

(d) Berechnen Sie die Renditefunktion $i(r)$.

(e) Berechnen Sie den markträumenden Zins r und die zugehörige Rendite $i(r)$. Warum ist es wichtig, dass diese gleichgewichtige Rendite $i(r)$ kleiner als ρ ist?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Optimaler Einlagenkontrakt Im Diamond-Dybvig-Modell sei $R = 1{,}5$, $N = 100$ und $U(c) = \ln c$.

(a) Wie lautet der Erwartungsnutzen eines Einlegers bei Zinsen von i_2 bei frühem bzw. i_3 bei spätem Abheben?

(b) Welche beiden Gleichungen müssen i_2, i_3 und I erfüllen, damit (bei den Zahlenangaben) früh die ungeduldige Hälfte der Einleger ausbezahlt werden kann und spät die geduldige Hälfte?

(c) Ermitteln Sie den Zusammenhang zwischen i_2 und i_3, indem Sie I aus den Gleichungen in Aufgabenteil (b) eliminieren.

(d) Ermitteln Sie durch Substituieren in die Erwartungsnutzenfunktion aus Aufgabenteil (a) und Ableiten nach i_2 die Bedingung erster Ordnung für Erwartungsnutzenmaximierung.

(e) Berechnen Sie den optimalen Zins i_2, der die Bedingung aus Aufgabenteil (d) erfüllt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Fundamentalwert und Bubbles Betrachten Sie eine Aktie, die in $t = 1$ eine Dividende $D_1 = 11{,}1$ zahlt und anschließend konstant $D_t = 10$ ($t = 2, 3, \ldots$). Der sichere Zins ist $i = 10\%$.

(a) Berechnen Sie den Fundamentalwert F_1 in $t = 1$.

(b) Berechnen Sie aus der Gleichgewichtsbedingung für den Kapitalmarkt für $t = 0$ den Fundamentalwert F_0.

(c) Wie lautet die Gleichung, die eine Bubble B_t erfüllen muss, um Bestandteil eines gleichgewichtigen Kurses zu sein?

(d) Betrachten Sie eine Bubble, die zuerst $B_0 = 10$ beträgt und anschließend mit Wahrscheinlichkeit $p = 50\%$ platzt und auf den Wert null fällt. Wie hoch sind Q_0 und bei Nichtplatzen Q_1 und Q_2 mit dieser Bubble?

(e) Wie hoch ist Q_t ab dem Platzen der Bubble? Warum?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Finanzielle Fragilität Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Erklären Sie, wie sich $E(p_j | r \leq r_j)$ ändert, wenn r steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG} | r \leq r_j) = E(p_j | r \leq r_j)[(1 + r)B - S] + S$ vom Zins r ab?

(d) Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Die Kapitalangebotsfunktion sei $S(i)$. Wie lautet die Bedingung dafür, dass das Angebot groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?

(e) Definieren Sie finanzielle Fragilität. Welche Annahmen müssen in der Ausgangssituation erfüllt sein, damit finanzielle Fragilität vorliegt? Illustrieren Sie die Renditefunktion $i(r)$ und ein Kapitalmarktgleichgewicht für diesen Fall in der bekannten Grafik.

(f) Wie muss sich die Kapitalangebotsfunktion $S(i)$ ändern, damit sich das Kapitalmarktgleichgewicht im Einklang mit Ihrer Definition aus Aufgabenteil (e) ändert? Illustrieren Sie das in Ihrer Grafik aus Aufgabenteil (e). Erklären Sie, wie sich Zins und Investitionen im Gleichgewicht verändern.

Aufgabe B2: Moral hazard Betrachten Sie das Moral-hazard-Modell mit N Unternehmen, die jeweils zwei Projekte zur Auswahl haben (die entweder gelingen oder scheitern) und über keine Sicherheiten verfügen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ aus der Realisierung von Projekt j?

(b) Definieren Sie, was „versteckte Handlungen“ in diesem Model bedeutet.

(c) Wie lautet die Bedingung dafür, dass das gute Projekt 1 realisiert wird? Lösen Sie die Bedingung nach dem Zins r_1 auf, bis zu dem Projekt 1 realisiert wird. Welche Annahme an die Modellparameter stellt sicher, dass r_1 positiv ist?

(d) Berechnen Sie den Zins r_2, ab dem die Kapitalnehmer mit Sicherheit Nullgewinne machen.

(e) Wie lautet die Funktion $i(r)$, die die Rendite der Kapitalgeber in Abhängigkeit vom Zins angibt?

(f) Welche zwei Annahmen stellen sicher, dass im Kapitalmarktgleichgewicht Kreditrationierung herrscht? Illustrieren Sie das Gleichgewicht unter dieser Annahme mit der bekannten Grafik. Erklären Sie, was die beiden Annahmen für die Grafik bedeuten.

(g) Erklären Sie, warum das Ergebnis, dass Kreditrationierung vorliegt, nicht trivial ist, obwohl $NB > S[i(r)]$ für alle r gilt. Illustrieren Sie dazu in Ihrer Grafik aus Aufgabenteil (f), wie das

Kapitalmarktgleichgewicht aussähe, wenn die Unternehmen nicht Projekt 2 durchführen (oder die Kapitalgeber das ausschließen) könnten.